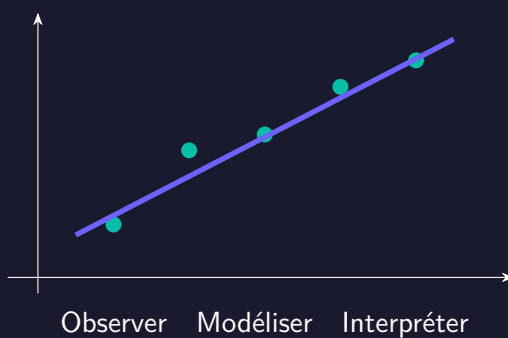


Tableaux et probabilités conditionnelles

Probabilités ■ Comprendre et s'entraîner



Première professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Modéliser une expérience aléatoire	3
3.2	Lire un tableau à double entrée	4
3.3	Changer de population avec une probabilité conditionnelle	5
3.4	Compléter les probabilités dans un même groupe	6
3.5	Interpréter une fréquence conditionnelle	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

Un tableau à double entrée donne des proportions globales et conditionnelles. Le bon dénominateur dépend de l'information connue. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Modéliser une expérience aléatoire.
- Lire un tableau à double entrée.
- Changer de population avec une probabilité conditionnelle.
- Compléter les probabilités dans un même groupe.
- Interpréter une fréquence conditionnelle.

2 L'idée avant la formule

« Parmi les pièces de la ligne A » restreint la population à A. « Parmi les défauts » change la population : les deux probabilités ne sont pas interchangeables.

3 Le cours formel

3.1 Modéliser une expérience aléatoire

Intuition | Construire la notion pas à pas

Décrire l'expérience avant de calculer. Une expérience aléatoire possède plusieurs résultats possibles et l'on ne connaît pas à l'avance celui qui se réalisera. Chaque résultat est une issue ; l'ensemble des issues est l'univers. Un événement regroupe les issues qui satisfont une condition.

Attribuer des probabilités aux bonnes issues. Pour un dé équilibré, les six faces ont la même probabilité. Ce sont les faces qui sont équiprobables, pas toutes les catégories que l'on peut ensuite former. L'événement « obtenir 6 » et son contraire ne contiennent pas le même nombre de faces.

Justifier le quotient favorable sur possible. Dans un univers fini équiprobable, chaque issue porte la même part $1/N$. Un événement contenant k issues porte donc k/N . Sans équiprobabilité, il faut additionner les probabilités des issues favorables au lieu de seulement les compter.

Contrôler le résultat. Une probabilité ne peut être négative ni dépasser 1. Zéro correspond à un événement impossible dans le modèle fini ; 1 correspond à un événement certain. Un pourcentage se convertit en décimal avant les calculs : 30 pour cent correspond à 0,30.

Définition | Comprendre la notion

Une expérience aléatoire a un résultat inconnu à l'avance, appelé issue. L'univers rassemble les issues possibles ; un événement est un ensemble d'issues. Une probabilité est comprise entre 0 et 1. La probabilité de l'univers vaut 1 et celle de l'événement impossible vaut 0. Dans un univers fini où les issues sont équiprobables, $P(A) = \text{nombre d'issues favorables} / \text{nombre d'issues possibles}$. L'équiprobabilité doit être justifiée par le modèle, par exemple un dé équilibré ou un tirage uniforme. Dire « il y a deux possibilités » ne signifie pas que leurs probabilités valent chacune $1/2$.

Exemple | Exemple commenté

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. L'univers est $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. L'événement « obtenir un nombre pair » contient les trois issues 2, 4, 6. Sa probabilité est donc $3/6 = 1/2$.

L'événement « obtenir 6 » ne contient qu'une issue et sa probabilité est $1/6$. Son contraire contient cinq issues et vaut $5/6$. Dire « soit 6, soit autre chose » décrit deux catégories, mais ne rend pas leurs probabilités égales.

Le contrôle $1/6 + 5/6 = 1$ montre que ces deux événements couvrent toutes les issues sans chevauchement. Le raisonnement dépend de l'équilibrage du dé ; un dé biaisé demanderait un autre modèle.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

« Deux possibilités » ne signifie pas « une chance sur deux ». Vérifie le nombre et le poids des issues à l'intérieur de chaque possibilité.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Une probabilité peut valoir...

- 1,4
- 0,2
- 0,7

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.2 Lire un tableau à double entrée

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Lire les deux critères simultanément. Dans un tableau croisé, une ligne représente une catégorie du premier caractère et une colonne une catégorie du second. La case à leur intersection compte les individus qui satisfont les deux critères.

Utiliser les marges comme contrôles. Les totaux de lignes et de colonnes sont appelés marges. Additionner les cases d'une ligne doit retrouver son total ; additionner les totaux de lignes ou ceux de colonnes doit donner le même effectif général.

Compléter par différence. Si une ligne contient 70 personnes dont 28 dans une première catégorie, les 42 restantes sont dans la catégorie complémentaire. On effectue ces différences avant de calculer des proportions, en vérifiant qu'aucune case ne devient négative.

Choisir le dénominateur selon la phrase. Pour une proportion dans toute la population, on divise par le total général. Pour une proportion « parmi les abonnés », on divise par le total des abonnés. La même case intérieure peut donc conduire à plusieurs probabilités différentes selon la question.

📄 Définition | Comprendre la notion

Un tableau croisé répartit une population selon deux caractères. Une case intérieure décrit une intersection ; les totaux de ligne et de colonne sont les marges ; le total général est la taille de la population. Pour une proportion dans la population, divise par le total général. Pour une proportion « parmi » une catégorie, divise par le total de cette catégorie. Complète les cases par addition ou soustraction, en contrôlant les deux séries de marges. Les probabilités calculées correspondent au choix uniforme d'un individu de la population étudiée.

💡 Exemple | Exemple commenté

Sur 100 personnes, 60 ont une carte. Parmi ces titulaires, 24 utilisent une application. La case « carte et application » contient donc 24 et la case « carte et sans application » contient $60 - 24 = 36$. Dans toute la population, la proportion possédant les deux est $24/100 = 0,24$. Parmi les titulaires de carte, la proportion utilisant l'application est $24/60 = 0,40$. La proportion sans application parmi ces titulaires vaut $36/60 = 0,60$, complément de 0,40.

Les 40 non-titulaires sont connus par différence, mais on ne sait pas encore combien utilisent l'application. Sans cette donnée, on ne peut pas calculer la proportion de titulaires parmi tous les utilisateurs de l'application.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Le total général n'est pas toujours le dénominateur. Le mot « parmi » restreint souvent le calcul à une ligne ou à une colonne du tableau.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Une case intérieure d'un tableau croisé décrit...

1. Une réunion de toutes les lignes
2. Toujours le total général
3. Une intersection

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 Changer de population avec une probabilité conditionnelle

💡 Intuition | Construire la notion pas à pas

Comprendre le mot « sachant ». Une information connue réduit la population de référence. Pour la probabilité de B sachant A, on ne regarde plus toutes les issues : on se place seulement parmi celles où A est réalisé.

Construire le quotient. Dans ce groupe A, les issues qui satisfont aussi B sont celles de l'intersection $A \cap B$. Leur part vaut $P_A(B) = P(A \cap B)/P(A)$, à condition que $P(A) > 0$. Avec des effectifs, on divise l'effectif des deux propriétés par l'effectif de A.

Revenir à la population entière. Multiplier la proportion de A par la proportion de B parmi A donne la proportion de A et B dans l'ensemble : $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$. Ce produit correspond à un chemin d'arbre.

Ne pas inverser la condition. $P_A(B)$ et $P_B(A)$ ont le même numérateur, mais des dénominateurs différents. « Parmi les abonnés, qui achète ? » et « Parmi les acheteurs, qui est abonné ? » sont donc deux questions distinctes.

Définition | Comprendre la notion

Pour $P(A) > 0$, la probabilité de B sachant A est

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

On restreint l'univers aux issues où A est réalisé. Dans un tableau d'effectifs, on divise l'effectif de l'intersection par celui de A. La formule donne aussi $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$. Attention : $P_A(B)$ et $P_B(A)$ ne sont généralement pas égales. Lis la condition après « sachant » ou « parmi » ; elle fournit le dénominateur.

Exemple | Exemple commenté

Sur 100 produits, 40 proviennent de la machine A. Parmi ces 40, huit sont défectueux D. La probabilité d'un défaut sachant A est $P_A(D) = 8/40 = 0,20$. La probabilité de venir de A et d'être défectueux dans tout le lot est $P(A \cap D) = 8/100 = 0,08$.

Supposons maintenant qu'il existe dix produits défectueux au total. Parmi ces dix, huit proviennent de A, donc $P_D(A) = 8/10 = 0,80$. Les valeurs 0,20 et 0,80 ne se contredisent pas : elles répondent à des questions portant sur deux populations de référence différentes.

Le contrôle $P(A)P_A(D) = 0,40 \times 0,20 = 0,08$ retrouve la part commune dans le lot complet.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

« B sachant A » ne signifie pas « A sachant B ». Souligne la condition dans la phrase avant d'écrire le dénominateur ; cela évite l'inversion la plus fréquente.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$P(A) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,1$. Alors $P_A(B) =$

1. 0,05
2. 0,2
3. 0,6

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Compléter les probabilités dans un même groupe

Intuition | Construire la notion pas à pas

Prendre un contraire dans le même univers. Une fois placé dans le groupe A, chaque individu satisfait B ou non-B. Ces deux possibilités couvrent tout A sans se chevaucher. Leurs probabilités conditionnelles ont donc pour somme 1.

Garder la condition inchangée. À partir de $P_A(B)$, le complément est $P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$. La barre porte sur l'événement étudié B, pas sur le groupe A qui sert de référence.

Comprendre pourquoi changer de groupe ne donne pas un complément. $P_A(B)$ décrit B chez les A, tandis que $P_{\overline{A}}(B)$ décrit B chez les non-A. Ces deux groupes peuvent chacun avoir

beaucoup de B, chacun en avoir peu, ou être très différents. Leurs taux ne sont pas obligés de s'additionner à 1.

Utiliser les effectifs pour contrôler. Si A contient 80 personnes dont 28 avec B, les 52 autres n'ont pas B. Diviser 28 et 52 par le même total 80 donne deux proportions complémentaires. Changer le dénominateur ferait perdre cette relation.

Définition | Comprendre la notion

Dans la population conditionnelle A, les événements B et $\bar{B}$ sont contraires : $P_A(B) + P_A(\bar{B}) = 1$. En revanche, $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$ ne sont pas contraires : ils sont calculés dans deux groupes différents et leur somme n'est pas imposée. Cette distinction permet de compléter une ligne d'un tableau ou les branches issues d'un même nœud dans un arbre. Garde la condition inchangée lorsque tu prends le contraire.

Exemple | Exemple commenté

Supposons que 70 pour cent des membres du groupe A possèdent B. Parmi A, les 30 pour cent restants ne possèdent pas B : $P_A(\bar{B}) = 0,30$.

Pour le groupe non-A, aucune information n'est encore donnée. Il pourrait contenir 10 pour cent de B, 70 pour cent de B ou une autre proportion. Ces possibilités sont toutes compatibles avec le taux de 70 pour cent observé dans A.

Dans un arbre, on complète donc les deux branches issues du nœud A avec 0,70 et 0,30. On ne transfère pas automatiquement 0,30 à la branche B issue du nœud non-A. Chaque nœud représente son propre groupe de référence.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Les probabilités $P_A(B)$ et $P_{\bar{A}}(B)$ ne sont pas complémentaires. Pour compléter à 1, les deux branches doivent partir du même nœud et décrire des événements contraires.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Le contraire de B sachant A a pour probabilité. . .

1. $P_{\bar{A}}(B)$
2. $1 - P_B(A)$
3. $1 - P_A(B)$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Interpréter une fréquence conditionnelle** Intuition | Construire la notion pas à pas**

Choisir l'indicateur qui répond à la question. Un nombre de réussites décrit un volume ; un taux décrit une proportion à l'intérieur d'un groupe. Un groupe plus grand peut obtenir plus de réussites tout en ayant un taux inférieur. La comparaison demande donc de préciser ce que l'on cherche à optimiser.

Conserver chaque population de référence. Le taux de A divise les réussites de A par le total de A. Le taux de B utilise le total de B. Mélanger les numérateurs et les dénominateurs rend les comparaisons sans signification.

Passer d'un taux à un effectif avec prudence. Multiplier un total par un taux donne un effectif exact si ce taux décrit exactement ce groupe. Si le taux vient d'un modèle ou d'une période précédente, le produit est une prévision ou un nombre attendu, soumis à fluctuation.

Éviter une conclusion causale trop rapide. Deux formations ou machines peuvent être évaluées sur des populations, produits ou conditions différents. Les taux décrivent alors les groupes observés ; ils n'isolent pas automatiquement l'effet propre de la formation ou de la machine.

** Définition | Comprendre la notion**

Comparer des groupes exige de rapporter chaque effectif à son propre total. Un groupe plus grand peut contenir davantage de réussites tout en ayant un taux de réussite plus faible. Une probabilité conditionnelle décrit la situation dans une population précise. Elle ne prouve pas que l'appartenance au groupe cause le résultat. Dans un contexte professionnel, rédige la conclusion avec le groupe, l'événement et l'unité en pourcentage. Vérifie la taille des groupes, la comparabilité des observations et l'origine des données avant de généraliser.

** Exemple | Exemple commenté**

La machine A donne huit défauts sur 100 pièces, la machine B douze sur 300. Les taux sont $8/100 = 0,08$ et $12/300 = 0,04$. A a moins de défauts en nombre, mais B en a deux fois moins proportionnellement.

Si la question porte sur la fréquence des défauts observés, B présente le meilleur résultat : 4 pour cent contre 8 pour cent. Si elle porte sur le nombre de pièces à réparer dans ces deux productions, il faut traiter huit pièces chez A et douze chez B.

Pour conclure sur la performance intrinsèque des machines, on doit encore comparer les produits fabriqués, les réglages et les critères de contrôle. Le calcul des taux est nécessaire, mais ne remplace pas cette vérification du contexte.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un écart de taux ne prouve pas que l'appartenance au groupe cause le résultat. Le calcul doit être suivi d'une vérification de la comparabilité des groupes.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Pour comparer deux taux de défauts, on divise chaque nombre de défauts par...

1. La production du groupe correspondant
2. Le nombre total de défauts
3. La production du plus grand groupe

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

✂ Méthode | Modéliser une expérience aléatoire

1. Décris les issues possibles et précise le modèle de tirage.
2. Justifie l'équiprobabilité avant d'utiliser un simple dénombrement.
3. Liste exactement les issues favorables, en respectant les mots comme « strictement ».
4. Divise le nombre favorable par le nombre total, puis simplifie.
5. Contrôle que la valeur est dans $[0; 1]$ et interprète-la dans le contexte.

✂ Méthode | Lire un tableau à double entrée

1. Repère les catégories de lignes et de colonnes ainsi que le total général.
2. Complète les effectifs manquants par addition ou soustraction.
3. Contrôle toutes les marges et la non-négativité des cases.
4. Surligne mentalement le groupe désigné par « parmi » pour choisir le dénominateur.
5. Calcule et reformule la proportion avec sa population de référence.

✂ Méthode | Changer de population avec une probabilité conditionnelle

1. Repère le groupe qui suit « sachant » ou « parmi » : il fournit le dénominateur.
2. Identifie l'intersection entre ce groupe et la propriété recherchée.
3. Divise la probabilité ou l'effectif de l'intersection par celui du groupe connu.
4. Pour retrouver une intersection, multiplie la part du groupe par la probabilité conditionnelle.
5. Contrôle le sens de la condition en reformulant la réponse avec une phrase.

✂ Méthode | Compléter les probabilités dans un même groupe

1. Identifie le groupe conditionnel dans lequel le calcul est effectué.
2. Pour un contraire, conserve ce groupe et remplace seulement l'événement par son complément.
3. Calcule un moins la probabilité connue.
4. Si le groupe de référence change, recherche une nouvelle donnée au lieu de compléter automatiquement.
5. Contrôle avec les effectifs du même groupe ou les branches issues du même nœud.

✂ Méthode | Interpréter une fréquence conditionnelle

1. Précise si l'on compare un nombre, un taux ou un effet attribué à une action.
2. Calcule chaque proportion dans son propre groupe.
3. Exprime les taux dans la même unité et compare-les.
4. Pour une conversion en effectif, distingue taux descriptif exact et taux prévisionnel.
5. Annonce la conclusion avec les limites de comparabilité des groupes.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Une probabilité simple ★★☆☆

Une boîte contient 7 jetons rouges et 3 bleus indiscernables au toucher. On en tire un uniformément. Quelle est la probabilité d'un bleu ?

Exercice 2 — Compléter une ligne ★★☆☆

Une ligne totalise 70 personnes : 28 répondent oui, les autres non. Combien répondent non ?

Exercice 3 — Parmi un sous-groupe ★★☆☆

Parmi 60 adhérents, 15 pratiquent la natation. Calcule la probabilité de pratiquer la natation sachant que la personne choisie est adhérente.

Exercice 4 — Compléter une probabilité ★★☆☆

$P_A(B) = 0,18$. Calcule $P_A(\overline{B})$.

Exercice 5 — Comparer deux réussites ★★☆☆

A compte 18 réussites sur 20 essais ; B, 36 sur 50. Compare leurs taux.

Exercice 6 — Un événement sur un dé ★★☆☆

On lance un dé équilibré à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 4 ?

Exercice 7 — Deux dénominateurs ★★☆☆

Sur 200 clients, 80 sont abonnés ; parmi eux, 20 achètent un produit. Calcule la proportion des abonnés acheteurs dans tout le groupe puis parmi les abonnés.

Exercice 8 — Retrouver une intersection ★★☆☆

$P(A) = 0,3$ et $P_A(B) = 0,4$. Calcule $P(A \cap B)$.

Exercice 9 — Une fausse complémentarité ★★☆☆

Un élève déduit de $P_A(B) = 0,6$ que $P_{\overline{A}}(B) = 0,4$. Est-ce justifié ?

Exercice 10 — Revenir aux effectifs ★★☆☆

Un taux de retour de 3 % s'applique à 400 ventes. Quel nombre de retours ce taux représente-t-il ?

Exercice 11 — Deux issues, deux chances ? ★★☆☆

Un lot contient 99 produits conformes et 1 défectueux. Un élève annonce $P(\text{défectueux}) = 1/2$ car le produit est conforme ou non. Corrige son raisonnement.

Exercice 12 — Reconstruire quatre cases ★★ ★

Un groupe de 120 personnes compte 50 membres A et 70 non-A. On sait que 30 membres A et 20 non-A ont B. Reconstitue les quatre intersections et la proportion de A parmi B.

Exercice 13 — Deux sens différents ★★ ★

Sur 100 personnes, 40 ont A, 30 ont B et 12 ont les deux. Calcule $P_A(B)$ et $P_B(A)$.

Exercice 14 — Tableau et contraire ★★ ★

Parmi 80 personnes A, 28 ont B. Combien n'ont pas B et quelle est leur proportion parmi A ?

Exercice 15 — Comparer à périmètre constant ★★ ★

Deux formations ont des taux de réussite de 85 % et 70 %. Pourquoi cela ne suffit-il pas à prouver que la première est plus efficace ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Lire un tableau de contrôle

Sur 200 pièces, 120 viennent de A dont 6 défectueuses ; 80 viennent de B dont 8 défectueuses. On choisit une pièce au hasard.

1. Construis le tableau lignes A/B et colonnes défaut/conforme avec les totaux.
2. Calcule la probabilité d'un défaut.
3. Calcule la probabilité d'un défaut sachant A puis sachant B.
4. Sachant le défaut, calcule la probabilité de provenir de A.
5. Quelle ligne a le taux de défaut le plus élevé ? Explique pourquoi comparer seulement 6 et 8 ne suffit pas en général.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Le tirage est uniforme parmi les jetons, pas parmi les couleurs.

Indice 2. Le nombre total vaut 10.

Exercice 2

Indice 1. Utilise le total de la ligne.

Indice 2. Les catégories sont complémentaires.

Exercice 3

Indice 1. Le groupe donné par la condition est celui des adhérents.

Indice 2. Le dénominateur est 60.

Exercice 4

Indice 1. Les deux probabilités partagent la même condition.

Indice 2. Leur somme vaut 1.

Exercice 5

Indice 1. Calcule une proportion pour chaque groupe.

Indice 2. Le nombre brut ne suffit pas.

Exercice 6

Indice 1. Liste les faces acceptées.

Indice 2. Il y en a deux.

Exercice 7

Indice 1. Le mot « parmi » restreint la population.

Indice 2. Le second total est 80.

Exercice 8

Indice 1. Isole l'intersection dans la définition.

Indice 2. Multiplie la probabilité de la condition par la probabilité conditionnelle.

Exercice 9

Indice 1. Compare les conditions des deux expressions.

Indice 2. Un complément conserve le groupe de référence.

Exercice 10

Indice 1. Multiplie le total par le taux décimal.

Indice 2. Précise si le taux est observé ou prévu.

Exercice 11

Indice 1. Compte les produits dans chaque catégorie.

Indice 2. L'équiprobabilité porte sur les 100 produits.

Exercice 12

Indice 1. Complète chaque ligne par différence.

Indice 2. Le total de B est la somme de ses deux cases.

Exercice 13

Indice 1. Le dénominateur est la condition.

Indice 2. Écris une fraction distincte pour chaque sens.

Exercice 14

Indice 1. Complète la population de 80 personnes.

Indice 2. Le contraire peut se calculer sur les effectifs ou sur les probabilités.

Exercice 15

Indice 1. Les groupes ont-ils les mêmes caractéristiques au départ ?

Indice 2. Une différence de taux n'isole pas automatiquement une cause.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le tirage est uniforme parmi les jetons ; chaque jeton a donc le même poids.

Construire la réponse.

1. Le nombre total de jetons est $7 + 3 = 10$.
2. Trois jetons sont bleus : ils constituent les trois issues favorables.
3. La probabilité est $3/10 = 0,3$, soit 30 pour cent.

Vérifier. La probabilité d'un rouge vaut $7/10 = 0,7$; les deux couleurs totalisent bien 1.

Conclure. La probabilité de tirer un jeton bleu est 0,3.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La ligne se partage entre oui et non ; aucune troisième catégorie n'est annoncée.

Construire la réponse.

1. L'effectif non vaut le total de ligne moins l'effectif oui : $70 - 28 = 42$.

Vérifier. $28 + 42 = 70$ retrouve la marge et les deux effectifs sont positifs.

Conclure. 42 personnes répondent non.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'information connue est l'adhésion ; le groupe de référence contient donc 60 personnes.

Construire la réponse.

1. Parmi les 60 adhérents, 15 pratiquent la natation.
2. La proportion cherchée est $15/60 = 1/4 = 0,25$.

Vérifier. Les 45 adhérents non nageurs représentent $45/60 = 0,75$; les deux parts du groupe adhérent totalisent 1.

Conclure. La probabilité de pratiquer la natation sachant que la personne est adhérente vaut 0,25.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On reste dans A et l'on remplace B par non-B.

Construire la réponse.

1. Les deux probabilités vérifient $P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1$.
2. On obtient $P_A(\overline{B}) = 1 - 0,18 = 0,82$.

Vérifier. $0,18 + 0,82 = 1$. Les deux résultats concernent bien la même population A.

Conclure. $P_A(\overline{B}) = 0,82$.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les nombres d'essais diffèrent ; on doit comparer les proportions de réussite.

Construire la réponse.

1. Pour A, $18/20 = 0,9$, soit 90 pour cent.
2. Pour B, $36/50 = 0,72$, soit 72 pour cent.
3. Le taux de A est supérieur de $90 - 72 = 18$ points de pourcentage, même si A ne compte que 18 réussites contre 36.

Vérifier. B réalise deux fois plus de réussites mais sur deux fois et demie plus d'essais. Le classement en nombre et celui en taux peuvent donc différer.

Conclure. A possède le meilleur taux observé : 90 pour cent contre 72 pour cent.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le mot « strictement » exclut la face 4.

Construire la réponse.

1. Les six issues du dé sont équiprobables.
2. Les nombres strictement supérieurs à 4 sont 5 et 6 : il y a deux issues favorables.
3. La probabilité est $2/6 = 1/3$.

Vérifier. Les quatre autres faces, 1 à 4, ne conviennent pas. Leur probabilité $4/6$ complète $2/6$ pour donner 1.

Conclure. La probabilité demandée est $1/3$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les 20 abonnés acheteurs constituent le même numérateur dans les deux questions.

Construire la réponse.

1. Dans toute la population de 200 clients, la proportion vaut $20/200 = 0,10$, soit 10 pour cent.
2. Parmi les 80 abonnés, la proportion vaut $20/80 = 0,25$, soit 25 pour cent.

Vérifier. Les abonnés représentent $80/200 = 0,4$ du total. Multiplier cette part par la proportion d'acheteurs parmi eux donne $0,4 \times 0,25 = 0,10$, ce qui retrouve l'intersection globale.

Conclure. Les abonnés acheteurs représentent 10 pour cent de tous les clients et 25 pour cent des abonnés.

Corrigé 8 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On veut la part qui satisfait A et B dans la population entière, à partir d'une proportion à l'intérieur de A.

Construire la réponse.

1. Le groupe A représente 0,3 de l'univers.
2. À l'intérieur de ce groupe, B représente 0,4.
3. La part commune vaut donc $P(A \cap B) = 0,3 \times 0,4 = 0,12$.

Vérifier. L'intersection ne peut pas être plus grande que A ; $0,12 \leq 0,3$. En divisant 0,12 par 0,3, on retrouve la probabilité conditionnelle 0,4.

Conclure. $P(A \cap B) = 0,12$, soit 12 pour cent de la population initiale.

Corrigé 9 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'élève a changé la condition A au lieu de prendre le contraire de B dans A.

Construire la réponse.

1. La donnée $P_A(B) = 0,6$ signifie que 60 pour cent du groupe A ont B.
2. On peut en déduire que 40 pour cent de ce même groupe n'ont pas B : $P_A(\overline{B}) = 0,4$.
3. La quantité $P_{\overline{A}}(B)$ porte sur les non-A. Aucune donnée ne décrit ici ce groupe.

Vérifier. Un exemple avec 60 B sur 100 A et 90 B sur 100 non-A respecte la donnée tout en donnant $P_{\overline{A}}(B) = 0,9$, pas 0,4. Ce contre-exemple réfute la déduction.

Conclure. La déduction n'est pas justifiée ; seule $P_A(\overline{B}) = 0,4$ est automatique.

Corrigé 10 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Un taux de 3 pour cent correspond au coefficient décimal 0,03.

Construire la réponse.

1. On multiplie le total de ventes par cette proportion : $400 \times 0,03 = 12$.
2. Si le taux décrit exactement ces 400 ventes, il correspond à 12 retours effectifs.
3. S'il sert à prévoir une future série, 12 est le nombre attendu selon le modèle et non un effectif garanti.

Vérifier. $12/400 = 0,03$ retrouve le taux. Le même calcul numérique possède une portée différente selon l'origine du pourcentage.

Conclure. Le taux représente 12 retours, exacts ou attendus selon le statut de la donnée.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le raisonnement doit porter sur les produits équiprobables, pas sur deux catégories de tailles différentes.

Construire la réponse.

1. Le lot contient $99 + 1 = 100$ produits.
2. Un tirage uniforme donne à chaque produit la probabilité $1/100$.
3. Un seul produit est défectueux, donc l'événement défectueux a la probabilité $1/100 = 0,01$.
4. La catégorie conforme contient 99 issues et a la probabilité 0,99.

Vérifier. Les probabilités 0,01 et 0,99 totalisent 1, mais ne sont pas égales. Deux catégories ne sont équiprobables que si le modèle leur attribue le même poids.

Conclure. La probabilité d'un défaut est 1 pour cent, et non une chance sur deux.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On reconstitue les quatre cases avant de calculer la proportion de A parmi B.

Construire la réponse.

1. Parmi les 50 A, 30 ont B ; les autres sont $50 - 30 = 20$ dans $A \cap \overline{B}$.
2. Parmi les 70 non-A, 20 ont B ; les autres sont $70 - 20 = 50$ dans $\overline{A} \cap \overline{B}$.
3. Les quatre cases sont donc 30, 20, 20 et 50. Le total de B vaut $30 + 20 = 50$.
4. Parmi ces 50 B, 30 sont A : la proportion cherchée vaut $30/50 = 0,6$.

Vérifier. Les lignes totalisent 50 et 70 ; les colonnes totalisent 50 et 70 ; le total général est 120 dans les deux sens. Diviser 30 par 120 répondrait à la question « A et B dans tout le groupe », différente de celle posée.

Conclure. Les intersections ont pour effectifs 30, 20, 20 et 50 ; la proportion de A parmi B est 60 pour cent.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les deux questions utilisent la même intersection de 12 personnes, mais pas le même groupe de référence.

Construire la réponse.

1. Pour B sachant A, on se place parmi les 40 personnes A : $P_A(B) = 12/40 = 0,3$.
2. Pour A sachant B, on se place parmi les 30 personnes B : $P_B(A) = 12/30 = 0,4$.

Vérifier. Dans la population entière, la part commune est 0,12. On retrouve $0,4 \times 0,3 = 0,12$ en passant par A et $0,3 \times 0,4 = 0,12$ en passant par B.

Conclure. $P_A(B) = 0,3$ et $P_B(A) = 0,4$; l'inversion du conditionnement change le résultat.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche les personnes sans B à l'intérieur des 80 personnes A.

Construire la réponse.

1. Leur nombre est le complément de 28 dans 80 : $80 - 28 = 52$.
2. Leur proportion parmi A vaut $52/80 = 0,65$.

Vérifier. La proportion avec B est $28/80 = 0,35$; son complément vaut $1 - 0,35 = 0,65$. Les deux méthodes concordent et les effectifs 28 et 52 totalisent 80.

Conclure. 52 personnes A n'ont pas B, soit 65 pour cent du groupe A.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La différence des taux observés ne suffit pas à isoler l'effet des formations.

Construire la réponse.

1. Les groupes peuvent avoir des niveaux initiaux différents ou des critères de sélection différents.
2. Les examens, leur difficulté et leurs critères de réussite peuvent aussi ne pas être comparables.
3. Les taux 85 et 70 pour cent décrivent les résultats de ces groupes dans leurs conditions, mais ne disent pas à eux seuls ce qui a causé la différence.
4. Il faut des populations et des évaluations comparables, ainsi qu'un protocole adapté, pour conclure sur l'efficacité propre.

Vérifier. Une formation accueillant des élèves déjà plus avancés pourrait afficher un meilleur taux sans apporter davantage de progression. Cette explication reste compatible avec les chiffres donnés.

Conclure. La première a le taux observé le plus élevé ; son efficacité supérieure n'est pas prouvée par ces seuls taux.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Le tableau croise l'origine des pièces et leur état, avec des totaux cohérents.

Construire la réponse.

- (a) Pour A, les 120 pièces comprennent 6 défauts et $120 - 6 = 114$ pièces conformes.
- (b) Pour B, les 80 pièces comprennent 8 défauts et $80 - 8 = 72$ pièces conformes.
- (c) La colonne défaut totalise $6 + 8 = 14$ et la colonne conforme $114 + 72 = 186$.

Vérifier. Les totaux de lignes donnent $120 + 80 = 200$ et ceux des colonnes $14 + 186 = 200$.

Conclure. Le tableau comporte A : 6 défauts, 114 conformes, total 120 ; B : 8 défauts, 72 conformes, total 80 ; total général 200.

2. **Comprendre la question.** Sans information sur l'origine, on choisit parmi toutes les pièces.

Construire la réponse.

- (a) Il y a 14 pièces défectueuses parmi 200 pièces.
- (b) La probabilité est donc $14/200 = 0,07$.

Vérifier. Le dénominateur est le total général, puisque le tirage ne se limite à aucune ligne.

Conclure. La probabilité globale d'un défaut est 7 %.

3. **Comprendre la question.** L'origine connue réduit la population de référence à la ligne correspondante.

Construire la réponse.

- (a) Sachant A, le taux est $6/120 = 0,05 = 5\%$.
- (b) Sachant B, le taux est $8/80 = 0,10 = 10\%$.

Vérifier. Utiliser 200 au dénominateur calculerait des intersections origine et défaut, pas les probabilités conditionnelles demandées.

Conclure. Le taux de défaut est de 5 % dans A et de 10 % dans B.

4. **Comprendre la question.** On sait cette fois que la pièce est défectueuse : seuls les défauts forment la référence.

Construire la réponse.

- (a) Parmi les 14 défauts, 6 viennent de A.
- (b) La probabilité recherchée vaut $6/14 = 3/7 \approx 0,4286$.

Vérifier. Les 6 défauts de A et les 8 de B couvrent bien les 14 pièces possibles sous cette condition.

Conclure. Sachant le défaut, la probabilité de provenir de A est d'environ 42,86 %.

5. **Comprendre la question.** Comparer la qualité relative demande de tenir compte des quantités produites.

Construire la réponse.

- (a) B a un taux de défaut de 10 %, contre 5 % pour A : son taux est deux fois plus élevé.
- (b) Les nombres bruts 6 et 8 ne sont pas rapportés au même effectif. Avec d'autres tailles de groupes, un plus grand nombre brut pourrait correspondre à un plus petit taux.
- (c) La comparaison doit donc utiliser les proportions et préciser la période ou l'échantillon étudié.

Vérifier. Le taux global est une moyenne pondérée : $(120/200) \times 0,05 + (80/200) \times 0,10 = 0,07$.

Conclure. Sur ces données, B présente le taux de défaut le plus élevé ; comparer uniquement les nombres bruts ne serait pas une méthode générale fiable.

10 Variante autonome et bilan

Un groupe de 50 pièces a 5 défauts, un autre de 150 en a 9. Compare les taux et calcule le taux global.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

- Je peux expliquer : modéliser une expérience aléatoire.
- Je peux expliquer : lire un tableau à double entrée.
- Je peux expliquer : changer de population avec une probabilité conditionnelle.
- Je peux expliquer : compléter les probabilités dans un même groupe.
- Je peux expliquer : interpréter une fréquence conditionnelle.

11 Fiche-mémoire

Modéliser une expérience aléatoire.

1. Décris les issues possibles et précise le modèle de tirage.
2. Justifie l'équiprobabilité avant d'utiliser un simple dénombrement.
3. Liste exactement les issues favorables, en respectant les mots comme « strictement ».
4. Divise le nombre favorable par le nombre total, puis simplifie.
5. Contrôle que la valeur est dans $[0; 1]$ et interprète-la dans le contexte.

Lire un tableau à double entrée.

1. Repère les catégories de lignes et de colonnes ainsi que le total général.
2. Complète les effectifs manquants par addition ou soustraction.
3. Contrôle toutes les marges et la non-négativité des cases.
4. Surligne mentalement le groupe désigné par « parmi » pour choisir le dénominateur.
5. Calcule et reformule la proportion avec sa population de référence.

Changer de population avec une probabilité conditionnelle.

1. Repère le groupe qui suit « sachant » ou « parmi » : il fournit le dénominateur.
2. Identifie l'intersection entre ce groupe et la propriété recherchée.
3. Divise la probabilité ou l'effectif de l'intersection par celui du groupe connu.
4. Pour retrouver une intersection, multiplie la part du groupe par la probabilité conditionnelle.
5. Contrôle le sens de la condition en reformulant la réponse avec une phrase.

Compléter les probabilités dans un même groupe.

1. Identifie le groupe conditionnel dans lequel le calcul est effectué.
2. Pour un contraire, conserve ce groupe et remplace seulement l'événement par son complément.
3. Calcule un moins la probabilité connue.
4. Si le groupe de référence change, recherche une nouvelle donnée au lieu de compléter automatiquement.
5. Contrôle avec les effectifs du même groupe ou les branches issues du même nœud.

Interpréter une fréquence conditionnelle.

1. Précise si l'on compare un nombre, un taux ou un effet attribué à une action.
2. Calcule chaque proportion dans son propre groupe.
3. Exprime les taux dans la même unité et compare-les.
4. Pour une conversion en effectif, distingue taux descriptif exact et taux prévisionnel.
5. Annonce la conclusion avec les limites de comparabilité des groupes.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Une probabilité est comprise entre zéro et un.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écarte les nombres négatifs et ceux qui dépassent un.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Une case intérieure est située au croisement d'une ligne et d'une colonne.

Indice 2 — Un pas de plus.

Les individus qu'elle compte possèdent les deux propriétés simultanément.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Le dénominateur est la probabilité du groupe connu A.

Indice 2 — Un pas de plus.

Utilise $P_A(B) = P(A \cap B)/P(A)$.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La condition A fixe la population de référence.

Indice 2 — Un pas de plus.

Le contraire porte uniquement sur B.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Chaque nombre de défauts appartient à une production précise.

Indice 2 — Un pas de plus.

Le dénominateur doit décrire ce même groupe.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

0,7 est possible ; 1,4 et -0,2 ne sont pas des probabilités.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Elle décrit une intersection, et non le total de toute la population.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$P_A(B) = 0,1/0,5 = 0,2$.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$P_A(\overline{B}) = 1 - P_A(B)$; la condition A reste identique.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

On divise chaque nombre de défauts par la production du groupe correspondant.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. Les deux groupes ont des tailles différentes : on calcule d'abord les taux séparément.

Construire la réponse.

1. Le premier taux est $5/50 = 0,10 = 10\%$.
2. Le second est $9/150 = 0,06 = 6\%$.
3. Le total comporte $5 + 9 = 14$ défauts sur $50 + 150 = 200$ pièces, donc un taux global de 7% .

Vérifier. La moyenne pondérée vaut $(50/200) \times 10 + (150/200) \times 6 = 7$

Conclure. Le premier groupe a le taux le plus élevé malgré moins de défauts en nombre ; le taux global est 7% .

[Revenir à la recherche, p. 22](#)