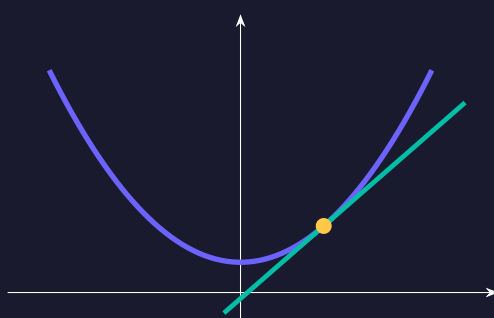


FICHE 03

Suites arithmétiques

Analyse ■ Comprendre et s'entraîner



Comprendre Calculer Vérifier

Première professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Une suite décrit des étapes	3
3.2	Ajouter toujours la même quantité	4
3.3	Additionner une suite arithmétique	5
3.4	Modéliser un ajout fixe en contexte professionnel	7
3.5	Suites arithmétiques au tableur	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

Une montée en charge se planifie par étapes. La suite arithmétique permet de prévoir la cadence, le cumul et le premier jour où un objectif est atteint. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Une suite décrit des étapes.
- Ajouter toujours la même quantité.
- Additionner une suite arithmétique.
- Modéliser un ajout fixe en contexte professionnel.
- Suites arithmétiques au tableur.

2 L'idée avant la formule

Une hausse de cinq unités par jour ajoute la même quantité, quelle que soit la production précédente. Le cumul correspond à la somme des productions quotidiennes.

3 Le cours formel

3.1 Une suite décrit des étapes

Intuition | Construire la notion pas à pas

Numéroter une évolution. Une suite associe une valeur à chaque rang entier. Le rang indique une position ou un nombre d'étapes ; le terme indique la quantité observée à cette position. Dans $u_5 = 21$, 5 est le rang et 21 la valeur. L'indice n'est ni une multiplication ni une puissance.

Choisir le point de départ. Si l'état initial porte le rang 0, le rang 1 décrit l'état après une étape, et le rang 5 après cinq étapes. Il s'agit alors du sixième terme de la liste $u_0, u_1, \dots, u_5$. Avec un départ au rang 1, le même langage doit être adapté.

Deux façons de définir une suite. Une formule explicite calcule directement un terme à partir de son rang, par exemple $u_n = 4n + 1$. Une relation de récurrence calcule le terme suivant à partir du terme courant. Il faut alors une valeur initiale ; la seule règle « doubler puis ajouter 1 » ne dit pas d'où l'on part.

Tenir une trace. Un petit tableau avec une colonne pour le rang et une pour la valeur évite de confondre les deux. Pour une récurrence, chaque nouvelle ligne utilise la valeur obtenue à la ligne précédente, et non le numéro de cette ligne à la place du terme.

Définition | Comprendre la notion

Une suite associe un nombre u_n à chaque rang entier n . Le rang compte des étapes : jour, mois, rang d'une pièce. u_0 est la valeur initiale si le comptage commence à 0 ; u_1 l'est si le comptage commence à 1. Une formule explicite, par exemple $u_n = 3n + 2$, calcule directement n'importe quel terme. Une relation de récurrence, par exemple $u_{n+1} = u_n + 3$ avec $u_0 = 2$, calcule le suivant à partir du précédent. Les points $(n; u_n)$ représentent une évolution discrète ; les valeurs intermédiaires entre les rangs n'ont pas automatiquement un sens.

💡 Exemple | Exemple commenté

Comparons $u_n = 3n + 2$ et la suite définie par $v_0 = 2$, $v_{n+1} = 3v_n + 2$. Pour la première, le calcul de u_2 se fait directement : $u_2 = 3 \times 2 + 2 = 8$. On n'a pas besoin de calculer u_1 .

Pour la seconde, on commence par $v_1 = 3v_0 + 2 = 3 \times 2 + 2 = 8$. Puis $v_2 = 3v_1 + 2 = 3 \times 8 + 2 = 26$. Les deux règles contiennent « trois fois quelque chose plus deux », mais ce quelque chose est le rang dans la première et la valeur précédente dans la seconde. Elles ne définissent donc pas la même suite.

La trace $v_0 = 2$, $v_1 = 8$, $v_2 = 26$ contrôle que deux mises à jour ont été faites pour atteindre le rang 2.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Dans $u_{n+1} = 2u_n + 1$, remplace u_n par la valeur déjà calculée, pas par n . La suite obtenue en écrivant $2n + 1$ répondrait à une autre définition.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $u_n = 2n + 5$, u_3 vaut...

1. 6
2. 11
3. 13

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices](#), p. 23 [Explication](#), p. 25

3.2 Ajouter toujours la même quantité

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Reconnaître une différence constante. Une suite est arithmétique lorsqu'on ajoute le même nombre r à chaque étape : $u_{n+1} = u_n + r$. Ce nombre r , appelé raison, peut être positif, nul ou négatif. Une diminution fixe de 3 correspond donc à une raison -3 .

Passer des étapes à une formule. À partir de u_0 , une étape donne $u_0 + r$, deux étapes $u_0 + 2r$ et n étapes $u_0 + nr$. Plus généralement, entre les rangs p et n , on effectue $n - p$ étapes : $u_n = u_p + (n - p)r$. La formule compte des écarts de rang, pas le nombre de termes écrits.

Retrouver la raison. Entre deux termes connus, la variation totale est partagée entre toutes les étapes. Si cinq étapes ajoutent 20 au total, chaque étape ajoute $20/5 = 4$. On utilise donc la différence des valeurs divisée par la différence des rangs.

Savoir ce qu'une observation prouve. Trois ou quatre écarts égaux suggèrent un modèle arithmétique. Ils ne démontrent pas que la règle se poursuivra indéfiniment. La règle doit être donnée, justifiée par le contexte ou explicitement adoptée comme hypothèse.

📖 Définition | Comprendre la notion

Une suite est arithmétique si $u_{n+1} = u_n + r$ pour une constante r , appelée raison. Entre deux étapes, la différence est donc constante. À partir du rang 0 : $u_n = u_0 + nr$. À partir d'un rang p :

$u_n = u_p + (n - p)r$. La formule compte le nombre d'ajouts entre les deux rangs. Si $r > 0$, la suite croît ; si $r < 0$, elle décroît ; si $r = 0$, elle est constante. Ses points sont alignés, mais ses rangs restent entiers. Une hausse d'un montant fixe est arithmétique ; une hausse d'un pourcentage fixe ne l'est généralement pas.

💡 Exemple | Exemple commenté

Un stock commence à 120 unités et diminue de 7 unités par jour. En notant $u_0 = 120$, on a $u_{n+1} = u_n - 7$: la raison vaut -7. Après huit jours, il y a huit retraits, donc $u_8 = 120 + 8(-7) = 120 - 56 = 64$.

La trace commence par 120, 113, 106 : les différences successives valent bien -7. On peut aussi partir d'un autre rang : $u_8 = u_2 + (8 - 2)(-7) = 106 - 42 = 64$. Les deux calculs coïncident parce qu'ils comptent le même nombre total de retraits.

Le modèle est valable tant que les retraits restent possibles ; un stock négatif ne représente pas une situation physique autorisée sans information supplémentaire.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Entre les rangs 1 et 12, il y a onze étapes mais douze termes si l'on compte les deux extrémités. Pour calculer un terme, on compte les étapes ; pour additionner des termes, on compte les termes.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$u_0 = 7, r = 3 : u_4 =$

1. 28
2. 16
3. 19

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 Additionner une suite arithmétique

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Distinguer le dernier terme du total. Une production qui augmente chaque jour possède une valeur quotidienne et une valeur cumulée. Le dernier terme donne la production du dernier jour ; la somme additionne les productions de tous les jours. Multiplier la dernière production par le nombre de jours surestime le total lorsque la production augmente.

Pourquoi la moyenne des extrêmes suffit. Dans une suite arithmétique, le premier terme plus le dernier vaut autant que le deuxième plus l'avant-dernier : l'un gagne r pendant que l'autre perd r . Toutes les paires symétriques ont donc la même somme.

Établir la formule sans cas particulier. Écris une somme S dans l'ordre normal, puis la même somme dans l'ordre inverse. En additionnant colonne par colonne, tu obtiens N fois « premier plus dernier ». Ainsi $2S = N(u_p + u_n)$, donc $S = N(u_p + u_n)/2$. Ce raisonnement fonctionne même si N est impair.

Compter correctement. Entre les rangs p et n inclus, le nombre de termes est $N = n - p + 1$. Le nombre de transitions est $n - p$. Cette différence d'une unité explique de nombreuses erreurs dans les sommes.

Définition | Comprendre la notion

Pour additionner N termes consécutifs d'une suite arithmétique, utilise

$$S = N \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}.$$

L'idée est d'associer le premier et le dernier, le deuxième et l'avant-dernier : chaque paire a la même somme. En écrivant la somme dans les deux sens, on obtient $2S = N(\text{premier} + \text{dernier})$. De u_p à u_n inclus, le nombre de termes est $n - p + 1$. En particulier, de u_0 à u_n , il y a $n + 1$ termes et non n . Une valeur à une date et un total cumulé sont deux questions différentes.

Exemple | Exemple commenté

Calculons la somme des termes u_0 à u_4 de $u_n = 10 + 2n$. Les termes sont 10, 12, 14, 16 et 18 : il y en a cinq. La somme écrite à l'envers est 18, 16, 14, 12 et 10.

En additionnant les deux lignes, chaque colonne vaut 28. On obtient $2S = 5 \times 28 = 140$, donc $S = 70$. La formule donne directement $S = 5(10 + 18)/2 = 70$.

Le contrôle par addition, $10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 70$, confirme le résultat. La moyenne des cinq termes est $70/5 = 14$, qui est aussi la moyenne des extrêmes $(10 + 18)/2$. Cette propriété repose sur les écarts constants de la suite arithmétique.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Utiliser $n - p$ à la place de $n - p + 1$ oublie un terme. Pour contrôler, écris une petite liste : du rang 3 au rang 5, il y a trois termes mais seulement deux passages.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

De u_3 à u_{10} inclus, il y a...

1. 7 termes
2. 8 termes
3. 10 termes

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Modéliser un ajout fixe en contexte professionnel

Intuition | Construire la notion pas à pas

Calculer le bilan d'une période. Un stock peut recevoir et perdre des objets pendant le même jour. L'évolution nette est « entrées moins sorties ». Si ce bilan est constant, les stocks de fin de période forment une suite arithmétique.

Choisir ce que décrit le rang. « Après cinq jours » signifie cinq évolutions à partir d'un stock initial de rang 0. « Au sixième jour » avec une première dépense au jour 1 signifie cinq évolutions après cette première dépense. Le repère temporel doit être fixé avant le calcul.

Distinguer quantité et flux. Le stock disponible après plusieurs jours n'est pas la somme des stocks quotidiens. En revanche, le total des dépenses ou des durées de séances s'obtient en additionnant les valeurs quotidiennes. L'énoncé indique laquelle de ces quantités est demandée.

Limiter le modèle à des situations possibles. Une durée qui diminue de quatre minutes à chaque amélioration ne peut pas devenir négative. Une capacité maximale ou un stock épuisé impose également une limite. Une formule arithmétique peut rester calculable alors que son interprétation ne l'est plus.

Définition | Comprendre la notion

Un stock alimenté régulièrement, une durée de travail qui augmente d'un pas fixe ou un placement à intérêt simple peuvent suivre une évolution arithmétique. Le modèle $u_n = u_0 + nr$ n'est valable que tant que la raison reste constante et que les contraintes matérielles sont respectées. La valeur u_n désigne un état ; la somme de plusieurs u_n désigne une accumulation. Dans une situation réelle, nomme la période et distingue « le premier jour » de « après un jour ».

Exemple | Exemple commenté

Un atelier possède 30 pièces et en ajoute 8 à chaque cycle. Après n cycles, son stock théorique est $s_n = 30 + 8n$. Sa capacité est de 100 pièces : il faut $30 + 8n \leq 100$, soit $8n \leq 70$, puis $n \leq 8,75$. Le nombre de cycles complets est entier : on peut en réaliser au plus 8. Le contrôle donne $s_8 = 30 + 64 = 94$, qui respecte la capacité, et $s_9 = 30 + 72 = 102$, qui la dépasse. La quantité 8,75 ne représente pas un nombre de cycles complets réalisables dans ce modèle.

La formule et la contrainte jouent donc des rôles complémentaires : la première décrit l'évolution, la seconde détermine les rangs physiquement autorisés.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Dans un bilan, « recevoir 20 et consommer 14 » ne signifie ni ajouter 34 ni ajouter seulement 20. Les deux flux ont des effets opposés sur le stock : le bilan est $20 - 14$.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Un stock reçoit 12 objets et en perd 5 par jour. Sa raison est. . .

1. 17
2. 7
3. 12

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Suites arithmétiques au tableur

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Traduire une récurrence en cellules. Une suite décrit des valeurs successives. Le tableur conserve chaque valeur dans une cellule et calcule la suivante sur la ligne d'après. On choisit ici la colonne A pour les rangs et B pour les valeurs : la ligne 2 contient le rang 0 et le terme initial.

Comprendre la recopie. Si la formule de B3 utilise B2, la recopie vers B4 transforme cette référence en B3. Ce déplacement est souhaité : le nouveau terme doit utiliser celui qui le précède. C'est une référence relative.

Garder un paramètre fixe. Si une raison ou un taux est enregistré dans D1, il doit rester lu au même endroit. La référence $\$D\1 bloque sa colonne et sa ligne. Une formule peut donc mélanger une référence relative au terme précédent et une référence absolue au paramètre.

Distinguer rang et numéro de ligne. Le rang zéro occupe déjà une ligne. Le terme de rang n se trouve donc ici en ligne $n + 2$, et les rangs 0 à n représentent $n + 1$ valeurs. Avant une longue recopie, vérifie les trois premiers termes à la main : une erreur de référence se propage à toutes les lignes.

📋 Définition | Comprendre la notion

Un tableur peut placer les rangs dans la colonne A et les valeurs dans B. La ligne 2 contient le rang 0 et la valeur initiale. La ligne 3 calcule le terme suivant ; recopier la formule prolonge la suite. Une référence relative change lors de la recopie ; une référence absolue, écrite avec des signes dollar, conserve sa cellule. Les logiciels francophones utilisent souvent la virgule décimale et les anglophones le point. Vérifie les trois premiers résultats à la main avant de recopier cent lignes.

💡 Exemple | Exemple commenté

Pour $u_0 = 20$ et $u_{n+1} = u_n + 7$, on saisit 0 en A2 et 20 en B2. La ligne suivante contient $=A2+1$ en A3 et $=B2+7$ en B3.

Après recopie, A4 vaut 2 et B4 utilise $=B3+7$. On obtient ainsi 20, 27 puis 34. Les différences successives $27 - 20$ et $34 - 27$ valent toutes deux 7 : la règle arithmétique est respectée.

Si la raison 7 est stockée en D1, on peut écrire $=B2+\$D\1 . Changer D1 recalcule alors toute la suite. B2 ne doit pas être figée : chaque nouveau terme doit partir de la valeur immédiatement précédente.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une suite de rang 0 à rang 12 contient 13 termes. Le numéro de ligne ne donne pas directement le rang, car la feuille contient un en-tête et commence ici au rang zéro.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Une référence absolue à D1 s'écrit...

1. D1
2. D\$2
3. \$D\$1

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

Méthode | Une suite décrit des étapes

1. Détermine ce que représentent le rang, le terme et leurs unités éventuelles.
2. Repère le premier rang et la valeur initiale.
3. Pour une formule explicite, remplace seulement le rang ; pour une récurrence, calcule les termes successivement.
4. Contrôle le nombre de transitions et traduit le rang dans le contexte temporel.

Méthode | Ajouter toujours la même quantité

1. Calcule une différence « terme suivant moins terme précédent » pour identifier r .
2. Compte les étapes par une différence de rangs.
3. Applique $u_n = u_p + (n - p)r$ en conservant le signe de r .
4. Si r est inconnue, divise la différence des valeurs par la différence des rangs.
5. Contrôle le résultat avec un terme connu et les contraintes du contexte.

Méthode | Additionner une suite arithmétique

1. Identifie le premier et le dernier rang de la somme, bornes incluses.
2. Calcule les deux termes extrêmes avec la formule de la suite.
3. Compte $N = n - p + 1$ termes, puis applique $S = N(u_p + u_n)/2$.

4. Contrôle l'ordre de grandeur : pour des termes positifs, le total est entre N fois le plus petit et N fois le plus grand.
5. Traduis le total dans l'unité demandée, sans le confondre avec le dernier terme.

Méthode | Modéliser un ajout fixe en contexte professionnel

1. Choisis un rang initial et précise le moment auquel le stock ou le coût est observé.
2. Calcule le bilan constant avec ses signes et ses unités.
3. Écris la récurrence et la formule explicite, puis compte les périodes réellement écoulées.
4. Pour un total de flux, additionne les termes au lieu de prendre seulement le dernier.
5. Contrôle les limites physiques et la cohérence du résultat.

Méthode | Suites arithmétiques au tableur

1. Saisis le rang zéro et la valeur initiale sur la même ligne.
2. Écris la formule de récurrence dans la ligne suivante.
3. Garde relative la référence au terme précédent et fige les paramètres.
4. Vérifie trois valeurs à la main puis recopie.
5. Contrôle le rang final et le nombre de termes de toute somme.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Un rang dans une formule ★★☆☆

$u_n = 4n + 1$ pour $n \geq 0$. Calcule u_0 et u_5 .

Exercice 2 — Lire une raison ★★☆☆

La suite commence par 9, 14, 19, 24. Si elle est arithmétique, quelle est sa raison et quel est le terme suivant ?

Exercice 3 — Une somme connue ★★☆☆

Calcule $1 + 2 + \dots + 20$.

Exercice 4 — Un apport net ★★☆☆

Un stock initial de 90 reçoit 20 pièces et en consomme 14 chaque jour. Écris le modèle et le stock après cinq jours.

Exercice 5 — Une recopie relative ★★☆☆

B3 contient =B2+5. Quelle formule apparaît en B4 après recopie vers le bas ?

Exercice 6 — Avancer pas à pas ★★★☆☆

$v_0 = 3$ et $v_{n+1} = 2v_n + 1$. Calcule v_1 , v_2 et v_3 .

Exercice 7 — Un rang initial différent ★★★☆☆

$u_1 = 80$ et la raison est -3 . Calcule u_{12} .

Exercice 8 — Des rangs décalés ★★★☆☆

$u_n = 5 + 3n$. Calcule $u_2 + u_3 + \dots + u_7$.

Exercice 9 — Une réduction régulière ★★★☆☆

Une opération dure 75 minutes puis gagne 4 minutes à chaque amélioration. Combien vaut la durée après six améliorations ?

Exercice 10 — Un paramètre fixe ★★★☆☆

Le taux est en D1. Une formule utilise le terme précédent B2 et le coefficient $1 + t$. Quelle référence faut-il donner à D1 pour recopier vers le bas ?

Exercice 11 — Quel rang pour quelle date ? ★★★★★

Un stock vaut 500 unités au début de janvier ; s_n décrit le stock au début du mois situé n mois après janvier. Que représentent s_0 , s_2 et le stock au début de décembre ?

Exercice 12 — Reconstruire la suite ★★★★★

Une suite arithmétique vérifie $u_3 = 17$ et $u_8 = 37$. Trouve sa raison et u_0 .

Exercice 13 — Un entraînement progressif ★★ ★

Une personne fait 12 minutes d'entraînement le premier jour puis 3 minutes de plus chaque jour pendant 10 jours. Calcule la durée du dixième jour et le total.

Exercice 14 — Budget cumulé ★★ ★

Un atelier dépense 100 euros le premier jour, puis 15 euros de plus chaque jour pendant 6 jours. Calcule la dépense du dernier jour et le total.

Exercice 15 — Un décalage de rang ★★ ★

Le rang 0 est en ligne 2. Dans quelle ligne se trouve le rang 12 ? Comment vérifier une somme des rangs 0 à 12 ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Augmenter une cadence progressivement

Un atelier produit 40 pièces le premier jour puis 5 pièces de plus chaque jour, pendant 10 jours.

1. Donne la récurrence et le terme général au rang $n \geq 1$.
2. Calcule la production du dixième jour.
3. Calcule le total sur dix jours.
4. Trouve le premier jour où la production est au moins 70.
5. Propose des colonnes de tableur pour le jour, la production et le cumul.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Remplace seulement le rang n .

Indice 2. Le premier terme porte ici le rang 0.

Exercice 2

Indice 1. Compare deux termes consécutifs.

Indice 2. Ajoute la même différence au dernier terme.

Exercice 3

Indice 1. Associe le premier terme au dernier.

Indice 2. Chaque paire a pour somme 21.

Exercice 4

Indice 1. Il faut prendre la différence entre entrées et sorties.

Indice 2. La raison est l'apport net, pas l'apport brut.

Exercice 5

Indice 1. La référence suit le déplacement d'une ligne.

Indice 2. Le nombre 5 ne change pas, contrairement au numéro de ligne.

Exercice 6

Indice 1. La relation utilise le terme précédent.

Indice 2. Après avoir obtenu 7, il faut le remettre à la place de v_n .

Exercice 7

Indice 1. Compte les écarts de rangs, pas les termes.

Indice 2. Il y a $12 - 1$ additions.

Exercice 8

Indice 1. Le nombre de termes n'est pas 7.

Indice 2. Compte les rangs de 2 à 7 inclus.

Exercice 9

Indice 1. Chaque amélioration retire quatre minutes.

Indice 2. Les 75 minutes constituent le rang 0.

Exercice 10

Indice 1. Le terme précédent doit bouger, le taux doit rester fixe.

Indice 2. Les signes dollar rendent une référence absolue.

Exercice 11

Indice 1. Janvier est le rang 0.

Indice 2. Écris les premiers mois avec leurs rangs pour éviter un décalage.

Exercice 12

Indice 1. Le gain total se répartit sur cinq pas.

Indice 2. Une fois r trouvé, remonte trois pas depuis u_3 .

Exercice 13

Indice 1. Commence par la durée du dernier jour.

Indice 2. La somme comporte dix termes, premier et dernier inclus.

Exercice 14

Indice 1. Distingue le coût final et les six coûts à additionner.

Indice 2. Le dernier terme s'obtient après cinq augmentations.

Exercice 15

Indice 1. Fais correspondre les premiers rangs aux premières lignes.

Indice 2. De 0 à 12 inclus, il y a 13 termes.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La suite est donnée par une formule explicite : on remplace n par chaque rang demandé.

Construire la réponse.

1. Au rang 0, $u_0 = 4 \times 0 + 1 = 0 + 1 = 1$.
2. Au rang 5, $u_5 = 4 \times 5 + 1 = 20 + 1 = 21$. Il n'est pas nécessaire de calculer les termes intermédiaires.

Vérifier. Les termes de rangs 0 à 5 sont 1, 5, 9, 13, 17, 21. Cette liste confirme le calcul et montre que le rang 5 correspond au sixième terme.

Conclure. $u_0 = 1$ et $u_5 = 21$.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'énoncé suppose la suite arithmétique ; on doit trouver son accroissement constant.

Construire la réponse.

1. Les écarts sont $14 - 9 = 5$, $19 - 14 = 5$ et $24 - 19 = 5$. Ils donnent tous la même raison r égale à 5.
2. On poursuit la règle en ajoutant 5 au dernier terme : $24 + 5 = 29$.

Vérifier. Le nouvel écart $29 - 24 = 5$ est identique aux précédents. Cela est cohérent avec l'hypothèse, sans prouver à partir de la seule liste que tous les termes futurs suivront cette règle.

Conclure. La raison est 5 et, sous l'hypothèse arithmétique, le terme suivant est 29.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La somme contient les vingt entiers de 1 à 20, qui forment une suite arithmétique.

Construire la réponse.

1. Le premier terme vaut 1, le dernier 20, et le nombre de termes est 20.
2. On applique $S = 20(1 + 20)/2 = 20 \times 21/2 = 10 \times 21 = 210$.

Vérifier. On peut former dix paires : $1 + 20$, $2 + 19$, jusqu'à $10 + 11$. Chaque paire vaut 21, ce qui redonne $10 \times 21 = 210$.

Conclure. $1 + 2 + \dots + 20 = 210$.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Chaque jour contient à la fois une entrée et une consommation ; il faut leur bilan net.

Construire la réponse.

1. L'apport net quotidien est $20 - 14 = 6$ pièces.
2. Avec $s_0 = 90$, on écrit $s_{n+1} = s_n + 6$, donc $s_n = 90 + 6n$.
3. Après cinq jours : $s_5 = 90 + 6 \times 5 = 120$ pièces.

Vérifier. Le bilan global donne aussi $90 + 5 \times 20 - 5 \times 14 = 90 + 100 - 70 = 120$. Les deux calculs comptent les mêmes entrées et sorties.

Conclure. Le modèle est $s_n = 90 + 6n$ et le stock après cinq jours vaut 120 pièces, sous l'hypothèse de flux constants.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La recopie descend la formule d'une ligne et adapte les références relatives.

Construire la réponse.

1. B2 est une ligne au-dessus de B3 : ce décalage doit être conservé.
2. En B4, la cellule située une ligne au-dessus est B3.
3. La constante 5 reste inchangée, donc la formule devient $=B3+5$.

Vérifier. Si B2 vaut 20, B3 vaut 25 et B4 vaut 30. Revenir à B2 donnerait à tort deux fois 25.

Conclure. B4 contient $=B3+5$.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La relation est récurrente : chaque calcul dépend de la valeur précédente.

Construire la réponse.

1. On part de $v_0 = 3$. Pour obtenir le rang 1 : $v_1 = 2v_0 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$.
2. On réutilise 7 : $v_2 = 2v_1 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$.
3. On réutilise 15 : $v_3 = 2v_2 + 1 = 2 \times 15 + 1 = 31$.

Vérifier. On a effectué trois mises à jour depuis le rang 0. Repartir de 3 à chaque ligne donnerait toujours 7 et ne respecterait pas la récurrence.

Conclure. $v_1 = 7$, $v_2 = 15$ et $v_3 = 31$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le premier terme connu est de rang 1 ; atteindre le rang 12 demande onze étapes.

Construire la réponse.

1. On utilise $u_{12} = u_1 + (12 - 1)r$.
2. On remplace les données : $u_{12} = 80 + 11(-3) = 80 - 33 = 47$.

Vérifier. Au rang 2, on aurait 77, et non 74 : ce premier contrôle montre pourquoi il faut onze retraits, pas douze. Depuis 47, remonter onze étapes en ajoutant 3 redonne 80.

Conclure. $u_{12} = 47$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La somme commence au rang 2 et se termine au rang 7 : elle ne commence pas à u_0 .

Construire la réponse.

1. Le premier terme est $u_2 = 5 + 3 \times 2 = 11$.
2. Le dernier terme est $u_7 = 5 + 3 \times 7 = 26$.
3. Les rangs 2, 3, 4, 5, 6, 7 donnent $7 - 2 + 1 = 6$ termes.
4. La somme vaut $S = 6(11 + 26)/2 = 3 \times 37 = 111$.

Vérifier. Les termes sont 11, 14, 17, 20, 23, 26. Les trois paires symétriques valent chacune 37, soit 111 au total.

Conclure. $u_2 + u_3 + \dots + u_7 = 111$.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Gagner du temps signifie diminuer la durée : la raison doit être négative.

Construire la réponse.

1. La durée initiale est $d_0 = 75$ minutes. Chaque amélioration retire 4 minutes, donc $d_n = 75 - 4n$.
2. Après six améliorations, $d_6 = 75 - 4 \times 6 = 75 - 24 = 51$ minutes.

Vérifier. Les six améliorations économisent au total 24 minutes, et $51 + 24 = 75$. Une extrapolation à vingt améliorations donnerait -5 minutes : cela montre que le modèle doit être limité avant des durées impossibles.

Conclure. La durée après six améliorations est 51 minutes.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le terme précédent doit changer à la recopie, tandis que le taux reste dans D1.

Construire la réponse.

1. On écrit le coefficient multiplicateur sous la forme $1 + t$. Un taux de 5 % s'écrit 0,05 ou se saisit au format pourcentage.
2. On fige le taux avec $\$D\1 , ce qui donne $=B2*(1+\$D\$1)$.
3. En recopiant d'une ligne, la formule devient $=B3*(1+\$D\$1)$.

Vérifier. B2 est remplacé par B3, mais le taux reste lu dans D1. Sans blocage de la ligne, le tableur lirait D2.

Conclure. Il faut utiliser la référence absolue \$D\$1.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le rang compte les mois écoulés depuis janvier ; il ne désigne pas directement le numéro du mois dans l'année.

Construire la réponse.

1. Au début de janvier, aucun mois ne s'est écoulé : le rang est 0 et $s_0 = 500$.
2. Février est un mois après janvier, donc il correspond à s_1 . Mars est deux mois après janvier : c'est s_2 .
3. De janvier à décembre, il y a onze changements de mois. Le stock de début décembre est donc s_{11} .

Vérifier. Le rang 12 correspondrait au début de janvier de l'année suivante. Sans règle d'évolution, on ne peut pas calculer les valeurs numériques de s_2 ou s_{11} .

Conclure. s_0 est le stock de janvier, s_2 celui de mars et s_{11} celui de décembre.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On connaît la variation totale entre deux rangs d'une suite arithmétique.

Construire la réponse.

1. Entre les rangs 3 et 8, il y a $8 - 3 = 5$ étapes. La valeur augmente de $37 - 17 = 20$.
2. La raison vérifie donc $5r = 20$, d'où $r = 4$.
3. La relation $u_3 = u_0 + 3r$ devient $17 = u_0 + 12$. On soustrait 12 : $u_0 = 5$.

Vérifier. La formule $u_n = 5 + 4n$ donne $u_3 = 5 + 12 = 17$ et $u_8 = 5 + 32 = 37$: elle retrouve les deux données.

Conclure. La raison vaut 4 et le terme initial vaut 5.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche deux quantités différentes : la durée du dixième jour et la durée cumulée de dix jours.

Construire la réponse.

1. Du premier au dixième jour, il y a neuf augmentations de 3 minutes. La dernière durée vaut $12 + 9 \times 3 = 39$ minutes.
2. Les dix durées forment une suite arithmétique de premier terme 12 et de dernier terme 39.
3. Le total est $S = 10(12 + 39)/2 = 5 \times 51 = 255$ minutes.
4. Comme $255 = 4 \times 60 + 15$, cela représente 4 heures et 15 minutes.

Vérifier. La durée moyenne est $(12 + 39)/2 = 25,5$ minutes ; dix fois cette moyenne redonne 255 minutes. Le total est compris entre 120 et 390 minutes, comme attendu.

Conclure. Le dixième jour dure 39 minutes ; le total des dix jours est 255 minutes, soit 4 h 15 min.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La dépense du dernier jour et le total des six jours sont deux résultats distincts.

Construire la réponse.

1. Du premier au sixième jour, il y a cinq hausses de 15 euros. La dernière dépense vaut $100 + 5 \times 15 = 175$ euros.
2. Les six dépenses sont arithmétiques, de première valeur 100 et de dernière valeur 175.
3. Le total vaut $S = 6(100 + 175)/2 = 3 \times 275 = 825$ euros.

Vérifier. Les dépenses sont 100, 115, 130, 145, 160 et 175. Les trois paires symétriques valent chacune 275 euros. Multiplier 175 par 6 compterait à tort six jours au tarif maximal.

Conclure. Le dernier jour coûte 175 euros et le total des six jours est 825 euros.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La numérotation des rangs commence à zéro, celle des lignes utiles à 2.

Construire la réponse.

1. Le rang n se trouve en ligne $n + 2$. Pour n égal à 12, la ligne est $12 + 2 = 14$.
2. Les termes vont de B2 à B14, bornes incluses.
3. Le nombre de cellules est $14 - 2 + 1 = 13$, égal au nombre de rangs de 0 à 12.
4. On utilise =SOMME(B2:B14) dans un tableur francophone.

Vérifier. La plage inclut bien le terme initial et le terme final. Une plage de 12 cellules oublierait un terme.

Conclure. Le rang 12 est en ligne 14 et la somme contient 13 termes.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** La production augmente d'une quantité fixe de cinq pièces chaque jour.

Construire la réponse.

(a) Le premier terme est $u_1 = 40$ et la récurrence $u_{n+1} = u_n + 5$.

(b) Pour atteindre le jour n , on effectue n moins 1 ajouts : $u_n = 40 + 5(n - 1)$.

Vérifier. En n égal à 1, la formule redonne 40. Les différences entre deux jours consécutifs valent toujours 5.

Conclure. La suite est arithmétique de raison 5, avec un premier rang égal à 1.

2. **Comprendre la question.** Le dixième jour correspond à neuf augmentations après le premier.

Construire la réponse.

(a) On remplace n par 10 : $u_{10} = 40 + 5(10 - 1)$.

(b) On calcule $40 + 5 \times 9 = 40 + 45 = 85$.

Vérifier. Le jour 9 donne 80 pièces ; un ajout supplémentaire donne bien 85.

Conclure. La production du dixième jour est de 85 pièces.

3. **Comprendre la question.** Le cumul porte sur dix productions quotidiennes.

Construire la réponse.

(a) Pour une suite arithmétique, la moyenne des termes est celle des extrêmes : $(40 + 85)/2 = 62,5$.

(b) La somme vaut donc $10 \times 62,5 = 625$ pièces.

Vérifier. On peut regrouper les jours par paires : $40 + 85 = 45 + 80 = \dots = 125$. Cinq paires donnent $5 \times 125 = 625$.

Conclure. L'atelier produit 625 pièces au total sur les dix jours.

4. **Comprendre la question.** Le seuil « au moins 70 » inclut l'égalité.

Construire la réponse.

(a) $40 + 5(n - 1) \geq 70$ donne $5(n - 1) \geq 30$.

(b) On divise par 5 : $n - 1 \geq 6$, puis $n \geq 7$.

Vérifier. $u_6 = 65 < 70$ et $u_7 = 70$. La suite croissante assure qu'aucun jour antérieur ne convient.

Conclure. Le premier jour où l'objectif est atteint est le jour 7.

5. **Comprendre la question.** Le cumul doit inclure la production du jour courant.

Construire la réponse.

(a) En ligne 2, on initialise A2 à 1, B2 à 40 et C2 à 40 : le premier cumul contient déjà le premier jour.

(b) En ligne 3, A3 reçoit $=A2+1$, B3 reçoit $=B2+5$ et C3 reçoit $=C2+B3$.

(c) On recopie ces formules. Les références relatives font avancer d'une ligne la production précédente et le cumul précédent.

Vérifier. La ligne du jour 2 doit afficher 45 pièces et un cumul de 85. Le jour 10 est en ligne 11 et son cumul doit être 625.

Conclure. Les trois colonnes décrivent respectivement le jour, sa production et la somme depuis le départ.

10 Variante autonome et bilan

Un atelier commence à 25 pièces et ajoute 3 par jour. Calcule le huitième terme et le cumul sur huit jours.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

- Je peux expliquer : une suite décrit des étapes.
- Je peux expliquer : ajouter toujours la même quantité.
- Je peux expliquer : additionner une suite arithmétique.
- Je peux expliquer : modéliser un ajout fixe en contexte professionnel.
- Je peux expliquer : suites arithmétiques au tableur.

11 Fiche-mémoire

Une suite décrit des étapes.

1. Détermine ce que représentent le rang, le terme et leurs unités éventuelles.
2. Repère le premier rang et la valeur initiale.
3. Pour une formule explicite, remplace seulement le rang ; pour une récurrence, calcule les termes successivement.
4. Contrôle le nombre de transitions et traduis le rang dans le contexte temporel.

Ajouter toujours la même quantité.

1. Calcule une différence « terme suivant moins terme précédent » pour identifier r .
2. Compte les étapes par une différence de rangs.
3. Applique $u_n = u_p + (n - p)r$ en conservant le signe de r .
4. Si r est inconnue, divise la différence des valeurs par la différence des rangs.
5. Contrôle le résultat avec un terme connu et les contraintes du contexte.

Additionner une suite arithmétique.

1. Identifie le premier et le dernier rang de la somme, bornes incluses.
2. Calcule les deux termes extrêmes avec la formule de la suite.
3. Compte $N = n - p + 1$ termes, puis applique $S = N(u_p + u_n)/2$.
4. Contrôle l'ordre de grandeur : pour des termes positifs, le total est entre N fois le plus petit et N fois le plus grand.
5. Traduis le total dans l'unité demandée, sans le confondre avec le dernier terme.

Modéliser un ajout fixe en contexte professionnel.

1. Choisis un rang initial et précise le moment auquel le stock ou le coût est observé.
2. Calcule le bilan constant avec ses signes et ses unités.
3. Écris la récurrence et la formule explicite, puis compte les périodes réellement écoulées.
4. Pour un total de flux, additionne les termes au lieu de prendre seulement le dernier.
5. Contrôle les limites physiques et la cohérence du résultat.

Suites arithmétiques au tableur.

1. Saisis le rang zéro et la valeur initiale sur la même ligne.
2. Écris la formule de récurrence dans la ligne suivante.
3. Garde relative la référence au terme précédent et fige les paramètres.
4. Vérifie trois valeurs à la main puis recopie.
5. Contrôle le rang final et le nombre de termes de toute somme.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La formule donnée est explicite : remplace n par 3.

Indice 2 — Un pas de plus.

Calcule le produit avant l'addition.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Du rang 0 au rang 4, on ajoute quatre fois la raison.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écris $u_4 = u_0 + 4r$.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Compte les deux bornes, 3 et 10, dans la liste.

Indice 2 — Un pas de plus.

Utilise dernier rang moins premier rang plus un.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Distingue les objets qui entrent de ceux qui sortent.

Indice 2 — Un pas de plus.

La raison est le bilan d'une journée : entrées moins sorties.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

La référence au terme précédent doit se déplacer.

Indice 2 — Un pas de plus.

La référence à un paramètre fixe doit rester identique.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$u_3 = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$. Le rang vaut 3 et le terme vaut 11.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$u_4 = 7 + 4 \times 3 = 19$. Multiplier 7 par 4 correspondrait à une autre opération.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$10 - 3 + 1 = 8$ termes sont additionnés. Le nombre 7 compterait les transitions.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$12 - 5 = 7$ objets supplémentaires par jour : la raison arithmétique est 7.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

La référence \$D\$1 bloque la cellule D1 pendant la recopie.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. La variante commence aussi au rang 1 et comporte huit jours.

Construire la réponse.

1. La suite est $u_n = 25 + 3(n - 1)$.
2. Au huitième jour, $u_8 = 25 + 3 \times 7 = 46$ pièces.
3. Le cumul vaut $8(25 + 46)/2 = 4 \times 71 = 284$ pièces.

Vérifier. Les huit termes sont 25, 28, 31, 34, 37, 40, 43 et 46 ; leurs quatre paires extrêmes valent chacune 71.

Conclure. Le huitième terme est 46 pièces et le cumul sur huit jours est 284 pièces.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)