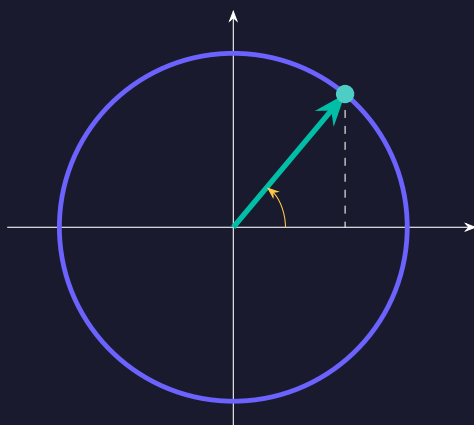


FICHE 07

Solides et géométrie dans l'espace

Géométrie ■ Comprendre et s'entraîner



Première professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Reconnaître des solides et calculer leur volume	3
3.2	Couper un solide par un plan	4
3.3	Lire les positions relatives dans un solide	6
3.4	Concevoir un volume sous contrainte	7
3.5	Agrandir une figure ou un solide	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

La géométrie dans l'espace aide à calculer une capacité, reconnaître une section et vérifier des contraintes de fabrication. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Reconnaître des solides et calculer leur volume.
- Couper un solide par un plan.
- Lire les positions relatives dans un solide.
- Concevoir un volume sous contrainte.
- Agrandir une figure ou un solide.

2 L'idée avant la formule

Une vue plane ne montre pas toujours les longueurs réelles ni les positions relatives. Nomme les faces, les arêtes et les plans avant de calculer.

3 Le cours formel

3.1 Reconnaître des solides et calculer leur volume

Intuition | Construire la notion pas à pas

Identifier la base et la hauteur. Pour un prisme droit, le volume est l'aire de la base multipliée par la hauteur. Le pavé et le cylindre en sont des exemples. La hauteur est mesurée perpendiculairement aux plans des bases.

Choisir la formule du solide. Un pavé donne Llh , un cube a^3 , un cylindre $\pi r^2 h$. Un cône ou une pyramide de même base et hauteur possède le tiers de ce produit. La forme du solide détermine donc le facteur à utiliser.

Respecter les trois dimensions. Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité. Le produit de trois longueurs donne une unité cubique. Comme $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, on a $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$, ce qui correspond à un litre.

Traiter les solides composés. On ajoute des volumes disjoints et l'on soustrait le volume d'un trou. Il faut identifier la longueur réellement traversée par le trou, pas seulement son rayon. On vérifie enfin que le volume restant est positif et inférieur au volume initial.

Définition | Comprendre la notion

Un pavé droit a pour volume Llh ; un cube d'arête a a pour volume a^3 . Pour un prisme droit ou un cylindre, le volume est aire de base multipliée par hauteur ; pour le cylindre, $V = \pi r^2 h$. Pour une pyramide ou un cône, $V = Bh/3$ où B est l'aire de la base. Pour une boule de rayon r , $V = 4\pi r^3/3$. Ces dernières formules sont rappelées lorsqu'elles sont utilisées. La hauteur est perpendiculaire à la base, même si une perspective donne une impression différente. Un solide composé peut être décomposé en volumes sans chevauchement ; un trou se soustrait. Les volumes utilisent des unités cubiques ; $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

💡 Exemple | Exemple commenté

Un réservoir cylindrique de rayon 0,5 m et de hauteur 2 m a une base d'aire $\pi(0,5)^2 = 0,25\pi$ mètre carré. Le volume est donc $0,25\pi \times 2 = 0,5\pi$ mètre cube.

La valeur exacte est conservée avant la conversion : un mètre cube vaut 1 000 litres, donc le volume vaut 500π litres, soit environ 1 570,8 litres.

Le rayon est élevé au carré avant la multiplication par la hauteur. Utiliser 0,5 sans carré calculerait un autre produit avec une unité incorrecte. Un contrôle dimensionnel retrouve bien une aire de base multipliée par une longueur.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un volume utilise des unités cubiques : passer de centimètres à décimètres sur chaque dimension multiplie trois facteurs de conversion. Une conversion de longueur seule ne suffit pas.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Le volume d'un cylindre de rayon r et hauteur h est. . .

1. $\pi r^2 h$
2. $2\pi r h$
3. $\pi r h^2$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.2 Couper un solide par un plan

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Définir la section. La section d'un solide par un plan est l'ensemble des points communs au plan et au solide. Elle est une figure plane, que l'on peut ensuite mesurer dans son propre plan.

Relier la forme à l'orientation. Dans un pavé, un plan parallèle à une face coupe une section rectangulaire de mêmes dimensions que cette face. Dans un cylindre droit, une coupe parallèle aux bases donne un disque, tandis qu'une coupe contenant l'axe donne un rectangle de largeur égale au diamètre.

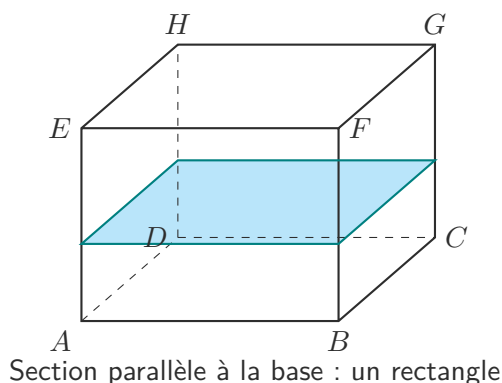
Distinguer hauteur et largeur de la coupe. Une section axiale de cylindre traverse toute la largeur du disque : elle utilise $2r$, pas r . Une coupe parallèle à la base utilise une aire πr^2 , pas une hauteur du cylindre.

Construire un plan sans ambiguïté. Trois points non alignés déterminent un plan unique. Trois points alignés ne fixent qu'une droite, contenue dans plusieurs plans possibles. En géométrie dynamique, on choisit donc les points avec soin puis on contrôle les intersections avec chaque face.

Ne pas mesurer la perspective comme une vue réelle. Un rectangle peut sembler un parallélogramme sur le dessin. La forme et les dimensions de la section se justifient par la géométrie, pas par une mesure sur une image déformée.

Définition | Comprendre la notion

La section d'un solide par un plan est la figure formée par leur intersection. Sa forme dépend du solide et de l'orientation du plan. Dans un pavé droit, une coupe parallèle à une face donne un rectangle de mêmes dimensions que cette face. Dans un cylindre droit, une coupe parallèle aux bases donne un disque; une coupe par l'axe donne un rectangle. Une coupe oblique peut donner une autre forme. Pour construire une section en géométrie dynamique, crée le solide, définis le plan par trois points non alignés, puis affiche les intersections du plan avec les faces. Une vue en perspective déforme les angles et longueurs; mesure dans le plan de coupe.



Exemple | Exemple commenté

Un cylindre droit a un rayon de 3 cm et une hauteur de 8 cm. Un plan contenant son axe coupe chaque base selon un diamètre. La largeur de la section vaut donc $2 \times 3 = 6$ cm. L'autre dimension est la hauteur 8 cm. La section est un rectangle d'aire $6 \times 8 = 48 \text{ cm}^2$. Une coupe parallèle aux bases donnerait au contraire un disque d'aire $9\pi \text{ cm}^2$. Le même solide produit ainsi des sections différentes selon l'orientation du plan. Avant de choisir une formule d'aire, on doit donc identifier la coupe demandée.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

La forme apparente sur une vue en perspective peut être trompeuse. Une section rectangulaire peut paraître oblique; utilise les propriétés du solide et l'orientation du plan.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Une coupe d'un cylindre parallèle à sa base est. . .

1. Un disque
2. Toujours un triangle
3. Toujours un carré

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 Lire les positions relatives dans un solide

Intuition | Construire la notion pas à pas

Ajouter une possibilité par rapport au plan. Dans un même plan, deux droites distinctes sont soit sécantes, soit parallèles. Dans l'espace, elles peuvent aussi être non coplanaires : aucune surface plane ne contient les deux à la fois.

Ne pas déduire le parallélisme de la seule absence d'intersection. Deux droites non coplanaires ne se rencontrent pas, mais leurs directions ne sont pas parallèles. Il faut donc vérifier leurs directions et leur appartenance éventuelle à un plan commun.

Fixer les noms du pavé. On utilise ABCD pour la face du bas et EFGH pour celle du haut, E au-dessus de A, F de B, G de C et H de D. Cette convention permet de retrouver les faces ABFE, BCGF et les autres sans dépendre d'un dessin particulier.

Appuyer la justification sur une face. Deux arêtes opposées d'une face rectangulaire sont parallèles. Deux arêtes adjacentes de cette face sont sécantes et perpendiculaires. Pour des arêtes qui ne sont pas dans une même face, on vérifie plus soigneusement la coplanarité au lieu de lire seulement la perspective.

Définition | Comprendre la notion

Dans l'espace, deux droites peuvent être sécantes, parallèles, ou non coplanaires. Des droites non coplanaires ne se coupent pas mais ne sont pas parallèles : elles ne tiennent pas dans un même plan. Pour un pavé ABCDEFGH, on adopte la convention ABCD sur la base, EFGH au-dessus, avec AE, BF, CG et DH verticales. Décris cette convention avant d'utiliser les noms d'arêtes. Une arête peut paraître oblique ou raccourcie dans une perspective sans changer sa direction réelle. Appuie une conclusion sur une face commune, un parallélisme du solide ou des coordonnées, plutôt que sur l'apparence seule.

Exemple | Exemple commenté

Dans ce pavé, AB et CD appartiennent à la base rectangulaire ABCD et en sont des côtés opposés : leurs droites sont parallèles. AB et BF sont deux côtés adjacents du rectangle ABFE : elles se coupent perpendiculairement en B.

AB et CG ont des directions différentes et ne se coupent pas. On peut le contrôler avec des coordonnées : AB se situe sur la droite $(x; 0; 0)$, tandis que CG se situe sur $(L; l; z)$ avec $l > 0$. Leurs coordonnées y , respectivement 0 et l , empêchent une intersection.

Comme elles ne sont ni parallèles ni sécantes, elles ne peuvent appartenir à un même plan. Ce sont des droites non coplanaires, même si leur projection sur une feuille peut donner une impression différente.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Deux segments disjoints peuvent appartenir à des droites sécantes hors du dessin. La question sur les droites exige de penser à leurs prolongements, pas seulement aux arêtes visibles.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Dans l'espace, deux droites sans point commun sont. . .

1. Toujours perpendiculaires
2. Toujours parallèles
3. Parallèles ou non coplanaires

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Concevoir un volume sous contrainte**💡 Intuition | Construire la notion pas à pas**

Traduire une contrainte géométrique. Un volume imposé relie les dimensions. Pour un prisme d'aire de base B et de hauteur h , $V = Bh$. Si V est fixé, on peut isoler $h = V/B$ et choisir la base sous réserve qu'elle soit positive.

Définir le critère à améliorer. Chercher une capacité, une hauteur ou une surface minimale sont des objectifs différents. Deux boîtes de même volume peuvent consommer des surfaces de matériau différentes. On doit donc écrire la grandeur visée, pas seulement une formule de volume.

Déterminer le domaine réalisable. Les dimensions sont positives, la machine peut imposer des limites et les valeurs fabriquées peuvent être entières ou appartenir à un pas de réglage. Une solution algébrique hors de ce domaine ne convient pas.

Distinguer essais et preuve. Un tableur compare les valeurs testées et peut suggérer un optimum. Il ne garantit pas qu'une valeur non testée ne ferait pas mieux. Pour un optimum global sur un intervalle réel, il faut une étude mathématique adaptée, ou annoncer clairement que la conclusion porte seulement sur la grille explorée.

📖 Définition | Comprendre la notion

Un problème de volume commence par les dimensions, les contraintes et la formule du solide. Isoler une grandeur pour comparer des choix réalisables. Un volume identique ne signifie pas une surface ou une forme identique. Selon la question, on minimise une quantité de matière, on respecte une capacité, ou on cherche une dimension. Un tableur ou un logiciel métier permet de tester plusieurs valeurs et de tracer une grandeur en fonction d'une dimension. Un minimum observé sur quelques essais est une conjecture ; une démonstration exige un raisonnement supplémentaire adapté au cours.

💡 Exemple | Exemple commenté

Une boîte doit contenir 600 cm^3 . Avec une base de 10 cm sur 5 cm, l'aire de base vaut 50 centimètres carrés. La hauteur nécessaire est $h = 600/50 = 12 \text{ cm}$.

Si la largeur passe de 5 à 6 cm en gardant la longueur 10 cm, l'aire de base devient 60 et la hauteur $600/60 = 10$ cm. Le volume est conservé : $10 \times 5 \times 12 = 10 \times 6 \times 10 = 600$.

Cette comparaison montre une relation inverse entre aire de base et hauteur, à volume fixé. Elle ne permet pas encore de dire quelle boîte demande le moins de matériau : il faudrait calculer la surface de ses faces en précisant si elle est ouverte ou fermée.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un minimum dans un tableau n'est pas automatiquement un minimum de la fonction. Indique toujours l'ensemble des valeurs effectivement comparées.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

À volume fixé, doubler l'aire de base d'un prisme divise sa hauteur par...

1. 8
2. 2
3. 4

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Agrandir une figure ou un solide

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Appliquer le même rapport dans toutes les directions. Un agrandissement de rapport positif k multiplie chaque longueur par k et conserve les angles. Les formules sur les aires et volumes supposent cette similitude ; étirer seulement une dimension n'est pas un agrandissement uniforme.

Comprendre les puissances. Une aire rectangulaire Ll devient $(kL)(kl) = k^2 Ll$. Un volume Llh devient $(kL)(kl)(kh) = k^3 Llh$. Les exposants 2 et 3 viennent donc du nombre de dimensions multipliées.

Lire une échelle. À l'échelle 1 : s , une longueur sur le plan correspond à s fois cette longueur en réalité, dans la même unité. Pour retrouver une longueur du plan, on divise au contraire la longueur réelle par s .

Retrouver un rapport à partir d'une aire ou d'un volume. Si le volume doit être multiplié par v , on cherche $k^3 = v$, donc $k = \sqrt[3]{v}$. Le rapport des longueurs n'est pas égal au rapport des volumes. Les conversions d'unités se traitent avec le même soin dimensionnel.

📖 Définition | Comprendre la notion

Une transformation de rapport positif k multiplie les longueurs par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 . Ces puissances viennent du nombre de dimensions multipliées : une aire est un produit de deux longueurs, un volume de trois. Le rapport doit être le même dans toutes les directions pour appliquer ces règles. Une échelle 1 : s signifie qu'une longueur sur le dessin correspond à s fois cette longueur dans la réalité, avec les mêmes unités. Un changement d'échelle conserve les angles et les rapports de longueurs, mais pas les mesures d'aire ou de volume.

 Exemple | Exemple commenté

Un modèle est agrandi uniformément avec un rapport 3. Une longueur de 2 cm devient $2 \times 3 = 6$ cm. Une aire de 4 centimètres carrés devient $4 \times 3^2 = 36$ centimètres carrés. Un volume de 8 centimètres cubes devient $8 \times 3^3 = 216$ centimètres cubes.

On peut contrôler sur un cube d'arête 2 cm : son volume initial est $2^3 = 8$. Après agrandissement, l'arête vaut 6 cm et le volume $6^3 = 216$, soit 27 fois le volume initial.

Le même rapport 3 produit donc des facteurs différents selon la grandeur : 3 pour une longueur, 9 pour une aire et 27 pour un volume.

 Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un rapport de longueur ne s'applique pas directement à une aire ou à un volume. Identifie la dimension de la grandeur avant de choisir la puissance du coefficient.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Un agrandissement de rapport 2 multiplie les volumes par...

1. 2
2. 8
3. 4

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

 Méthode | Reconnaître des solides et calculer leur volume

1. Identifie le solide et sa formule de volume.
2. Repère rayon ou diamètre, aire de base et hauteur perpendiculaire.
3. Convertis toutes les longueurs dans une même unité avant le produit.
4. Additionne ou soustrais les volumes utiles, en conservant une valeur exacte si possible.
5. Convertis l'unité cubique ou la capacité et contrôle la taille du résultat.

 Méthode | Couper un solide par un plan

1. Identifie le solide et la position du plan par rapport aux faces, bases ou axe.
2. Détermine la forme géométrique de la section.
3. Retrouve ses dimensions réelles, en distinguant rayon et diamètre.
4. Calcule l'aire si elle est demandée.
5. Pour une construction, utilise un plan bien défini et contrôle la coupe dans une vue adaptée.

 Méthode | Lire les positions relatives dans un solide

1. Annonce ou vérifie la convention de nommage du solide.
2. Cherche une face commune qui justifie une propriété plane.
3. Compare les directions et cherche un point commun entre les droites complètes.
4. Si elles ne sont ni parallèles ni sécantes, conclus à la non-coplanarité.
5. Ne remplace pas cette justification par une simple lecture de la perspective.

 Méthode | Concevoir un volume sous contrainte

1. Définis les dimensions, leurs unités et les contraintes de fabrication.
2. Écris le volume imposé et isole une dimension si possible.
3. Traduis les limites en équations ou inéquations sur le domaine positif.
4. Calcule ou compare la grandeur réellement demandée.
5. Contrôle les dimensions obtenues et distingue optimum prouvé et meilleur essai observé.

 Méthode | Agrandir une figure ou un solide

1. Identifie le rapport dans le sens départ vers arrivée et vérifie qu'il est uniforme.
2. Distingue longueur, aire et volume.
3. Utilise respectivement k , k^2 ou k^3 .
4. Si le rapport de surface ou de volume est donné, retrouve k avec la racine adaptée.
5. Contrôle les unités et le sens agrandissement ou réduction.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Pavé droit ★☆☆

Une boîte mesure 30 cm sur 20 cm sur 10 cm. Calcule son volume en cm^3 puis en litres.

Exercice 2 — Coupe parallèle ★☆☆

Un pavé mesure 8 cm sur 5 cm sur 3 cm. Quelle section donne un plan intérieur parallèle à la face 8 sur 5 ?

Exercice 3 — Deux arêtes opposées ★☆☆

Dans un pavé ABCDEFGH selon la convention du cours, compare AB et EF.

Exercice 4 — Dimension inconnue ★☆☆

Un pavé doit contenir 240 cm^3 avec une base de 8 cm sur 5 cm. Calcule la hauteur.

Exercice 5 — Lire une échelle ★☆☆

À l'échelle 1 :200, un mur mesure 4 cm sur le plan. Quelle est sa longueur réelle en mètres ?

Exercice 6 — Un cône ★★☆☆

Un cône a un rayon de 3 cm et une hauteur de 8 cm. Avec $V = \pi r^2 h / 3$, calcule son volume exact.

Exercice 7 — Une coupe de cylindre ★★☆☆

Un cylindre a un diamètre de 10 cm. Une coupe parallèle à sa base donne quelle figure et quelle aire ?

Exercice 8 — Des droites qui se rencontrent ★★☆☆

Compare AE et AB dans le même pavé.

Exercice 9 — Une limite de hauteur ★★☆☆

Une boîte a une base carrée de côté x et un volume de 500 cm^3 . Si la hauteur ne dépasse pas 5 cm, quelle condition doit vérifier x ?

Exercice 10 — Réduire une aire ★★☆☆

Une figure d'aire 120 cm^2 est réduite avec $k = 0,5$. Quelle est la nouvelle aire ?

Exercice 11 — Un volume percé ★★★

Un cube d'arête 6 cm est percé d'un trou cylindrique de rayon 1 cm traversant deux faces opposées perpendiculairement. Calcule le volume restant.

Exercice 12 — Trois points pour un plan ★★★

Un logiciel demande trois points pour définir un plan de coupe. Pourquoi trois points alignés ne suffisent-ils pas à définir un plan unique ?

Exercice 13 — Un raisonnement incomplet ★★ ★

Un élève dit : « AB et CG ne se coupent pas, donc elles sont parallèles ». Corrige.

Exercice 14 — Le piège de quelques essais ★★ ★

Un tableur teste des côtés entiers de 5 à 15 cm et trouve la plus petite surface pour 9 cm. Peut-on affirmer que 9 cm est le meilleur choix parmi tous les côtés réels ?

Exercice 15 — Doubler un volume ★★ ★

On veut doubler le volume d'un cube. Faut-il doubler son arête ? Quel rapport d'arête convient ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Dimensionner une boîte

Une boîte parallélépipédique mesure 30 cm de long, 20 cm de large et 15 cm de haut. On la coupe par un plan parallèle à sa base, à 6 cm du fond.

1. Calcule le volume de la boîte en cm^3 et en litres.
2. Décris la section et son aire.
3. Calcule le volume situé sous le plan de coupe.
4. Donne un exemple d'arêtes parallèles, perpendiculaires et non coplanaires, en nommant les sommets ABCD en bas et EFGH au-dessus.
5. Une boîte semblable est réduite au coefficient 0,8. Calcule ses dimensions et son volume.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Le volume est le produit des trois dimensions.

Indice 2. Divise les centimètres cubes par 1 000 pour obtenir des litres.

Exercice 2

Indice 1. Le plan est parallèle à une face du pavé.

Indice 2. Les côtés de la section sont parallèles et égaux aux côtés correspondants de cette face.

Exercice 3

Indice 1. Cherche une face qui contient les deux arêtes.

Indice 2. ABFE est un rectangle.

Exercice 4

Indice 1. L'aire de la base vaut 40.

Indice 2. Divise le volume par l'aire de base.

Exercice 5

Indice 1. Le réel est 200 fois plus grand que le plan.

Indice 2. 100 cm correspondent à 1 m.

Exercice 6

Indice 1. Calcule d'abord l'aire de la base.

Indice 2. Le facteur $\frac{1}{3}$ distingue le cône du cylindre.

Exercice 7

Indice 1. Une coupe parallèle aux bases garde leur forme.

Indice 2. La formule d'aire utilise le rayon 5.

Exercice 8

Indice 1. Les deux arêtes ont une extrémité commune.

Indice 2. Utilise la face rectangulaire ABFE.

Exercice 9

Indice 1. Exprime h en fonction de x .

Indice 2. Le côté est positif.

Exercice 10

Indice 1. L'aire dépend de deux dimensions.

Indice 2. Éleve le rapport au carré.

Exercice 11

Indice 1. Le trou doit être retiré du cube.

Indice 2. La hauteur du cylindre est l'arête traversée.

Exercice 12

Indice 1. Imagine plusieurs feuilles passant par une même règle.

Indice 2. Le troisième point doit apporter une direction supplémentaire.

Exercice 13

Indice 1. La propriété utilisée est une propriété du plan.

Indice 2. Vérifie si les deux droites peuvent être contenues dans un même plan.

Exercice 14

Indice 1. Le tableur n'a testé qu'un ensemble fini.

Indice 2. Distingue optimum parmi les essais et optimum sur tout un intervalle.

Exercice 15

Indice 1. Le volume est multiplié par le cube du rapport.

Indice 2. Résous $k^3 = 2$ avec un outil numérique.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La boîte est un pavé droit dont les trois dimensions sont en centimètres.
Construire la réponse.

1. Le volume vaut $V = 30 \times 20 \times 10 = 6\,000 \text{ cm}^3$.
2. Un litre vaut $1\,000 \text{ cm}^3$, donc le volume en litres est $6\,000/1\,000 = 6$.

Vérifier. En décimètres, les dimensions sont 3, 2 et 1 ; leur produit vaut $6 \text{ dm}^3 = 6$ litres. Cette seconde méthode confirme la conversion.

Conclure. Le volume est $6\,000 \text{ cm}^3$, soit 6 litres.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le plan est parallèle à la face de dimensions 8 cm sur 5 cm.

Construire la réponse.

1. Dans un pavé droit, une telle section intérieure reproduit les dimensions de cette face.
2. La section est donc un rectangle de 8 cm sur 5 cm, d'aire $8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$.

Vérifier. La hauteur totale de 3 cm fixe les positions possibles du plan, mais ne modifie pas les dimensions de cette section parallèle.

Conclure. La section est un rectangle de 8 cm sur 5 cm, d'aire 40 cm^2 .

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les arêtes AB et EF appartiennent à la face ABFE.

Construire la réponse.

1. Cette face est un rectangle.
2. AB et EF en sont deux côtés opposés, donc leurs droites sont parallèles et leurs longueurs égales.

Vérifier. Le résultat découle de la structure du pavé ; une perspective peut représenter leurs longueurs apparentes différemment sans changer la géométrie réelle.

Conclure. AB et EF sont parallèles, avec des arêtes de même longueur.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le volume du pavé est l'aire de sa base multipliée par la hauteur inconnue.

Construire la réponse.

1. L'aire de base vaut $8 \times 5 = 40 \text{ cm}^2$.
2. L'équation est $40h = 240$, donc $h = 240/40 = 6 \text{ cm}$.

Vérifier. $8 \times 5 \times 6 = 240 \text{ cm}^3$ retrouve le volume imposé. La hauteur est positive et exprimée en centimètres.

Conclure. La hauteur doit être de 6 cm.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'échelle 1 : 200 signifie que la réalité est deux cents fois plus grande que le plan en longueur.

Construire la réponse.

1. La longueur réelle vaut $4 \times 200 = 800 \text{ cm}$.
2. On convertit en mètres : $800/100 = 8 \text{ m}$.

Vérifier. Huit mètres représentent 800 cm ; divisés par 200, ils redonnent les 4 cm du plan. Cela vérifie le sens de l'échelle.

Conclure. Le mur mesure 8 m en réalité.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le solide est un cône : son volume est le tiers du cylindre de même base et hauteur.

Construire la réponse.

1. L'aire de la base vaut $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$.
2. Le produit base-hauteur vaut $9\pi \times 8 = 72\pi \text{ cm}^3$.
3. On divise par 3 : $V = 24\pi \text{ cm}^3$.

Vérifier. Le résultat est bien le tiers de 72π . Le rayon donné est déjà 3 cm : aucune division par deux n'est nécessaire.

Conclure. Le volume exact est $24\pi \text{ cm}^3$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Une coupe parallèle à la base du cylindre conserve la section circulaire.

Construire la réponse.

1. Le diamètre est 10 cm, donc le rayon vaut 5 cm.
2. La section est un disque d'aire $\pi \times 5^2 = 25\pi \text{ cm}^2$.

Vérifier. La coupe a le même rayon que la base. Utiliser une formule de rectangle conviendrait à une coupe axiale, pas à celle-ci.

Conclure. La section est un disque d'aire $25\pi \text{ cm}^2$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les deux droites partagent le sommet A et appartiennent à une même face rectangulaire.

Construire la réponse.

1. AE et AB sont deux côtés adjacents du rectangle ABFE.
2. Ils ont donc un angle droit en A.

Vérifier. Le point A appartient aux deux droites, ce qui établit qu'elles sont sécantes ; l'angle du rectangle établit en plus la perpendicularité.

Conclure. AE et AB sont sécantes et perpendiculaires en A.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le côté x est strictement positif et la hauteur maximale est 5 cm.

Construire la réponse.

1. Le volume donne $x^2h = 500$, donc $h = 500/x^2$.
2. La contrainte est $500/x^2 \leq 5$. Comme $x^2 > 0$, on peut multiplier sans changer le sens : $500 \leq 5x^2$.
3. On divise par 5 : $x^2 \geq 100$. Sur les longueurs positives, cela donne $x \geq 10$.

Vérifier. À x égal à 10, la hauteur vaut $500/100 = 5$ cm. Pour une base plus grande, le dénominateur augmente et la hauteur devient plus petite.

Conclure. Le côté doit vérifier $x \geq 10$ cm.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La donnée est une aire ; le coefficient de réduction doit être élevé au carré.

Construire la réponse.

1. Le facteur d'aire est $0,5^2 = 0,25$.
2. La nouvelle aire vaut $120 \times 0,25 = 30 \text{ cm}^2$.

Vérifier. Diviser chacune des deux dimensions par deux divise leur produit par quatre. Le résultat 60 aurait appliqué à tort le seul facteur de longueur.

Conclure. La nouvelle aire est 30 cm^2 .

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On retire du cube le cylindre qui le traverse perpendiculairement entre deux faces opposées.

Construire la réponse.

1. Le cube a pour volume $6^3 = 216 \text{ cm}^3$.

2. Le trou a un rayon de 1 cm et une longueur de 6 cm, égale à l'arête traversée. Son volume est $\pi \times 1^2 \times 6 = 6\pi \text{ cm}^3$.
3. Le volume restant vaut $216 - 6\pi \text{ cm}^3$, soit environ $197,15 \text{ cm}^3$.

Vérifier. Le trou représente environ 18,85 centimètres cubes et $197,15 + 18,85 \approx 216$. Le résultat reste positif et inférieur au volume du cube.

Conclure. Le volume restant est $216 - 6\pi \text{ cm}^3 \approx 197,15 \text{ cm}^3$.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche pourquoi les données ne fixent pas une orientation unique du plan.

Construire la réponse.

1. Trois points alignés appartiennent tous à une même droite.
2. On peut faire tourner un plan autour de cette droite tout en conservant les trois points à l'intérieur du plan.
3. Il existe donc une infinité de plans compatibles. Un troisième point hors de la droite fixe au contraire une orientation unique avec les deux premiers points distincts.

Vérifier. L'image d'une charnière illustre cette liberté : plusieurs positions d'une feuille contiennent le même axe. Le logiciel a besoin d'un point qui lève cette liberté.

Conclure. Il faut choisir trois points non alignés pour déterminer un plan de coupe unique.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'argument proposé oublie la possibilité de droites non coplanaires dans l'espace.

Construire la réponse.

1. AB suit une direction de la base et CG la direction verticale : elles ne sont pas parallèles.
2. Elles ne se rencontrent pas : CG passe par le sommet C, situé hors de la droite AB, puis monte au-dessus de C.
3. Deux droites d'un même plan qui ne sont pas parallèles devraient se couper. Puisque ce n'est pas le cas, AB et CG ne sont pas coplanaires.

Vérifier. Un prolongement de AB reste dans sa direction et ne passe pas par C ; la conclusion concerne bien les droites, pas seulement les segments visibles.

Conclure. AB et CG sont non coplanaires. L'absence d'intersection n'implique le parallélisme que lorsqu'on sait déjà les droites coplanaires.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le tableur n'a comparé qu'un ensemble fini de côtés entiers.

Construire la réponse.

1. Le résultat indique que 9 cm donne la plus petite surface parmi les valeurs testées de 5 à 15.
2. Il ne compare pas 9 aux valeurs non entières, comme 8,7 ou 9,2 cm. L'une d'elles pourrait produire une surface inférieure.
3. Pour une conclusion sur tous les réels, il faut étudier la fonction ou compléter le raisonnement avec une preuve. Affiner les essais améliore la recherche mais reste une exploration finie.
4. Si la fabrication n'autorise que les valeurs entières testées, la conclusion sur cet ensemble peut en revanche suffire.

Vérifier. La portée du résultat dépend donc du domaine de choix réellement autorisé, pas seulement du minimum affiché par le logiciel.

Conclure. On peut conclure que 9 est le meilleur côté testé, pas qu'il est optimal parmi tous les côtés réels.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le rapport recherché concerne l'arête, alors que l'objectif porte sur le volume.

Construire la réponse.

1. Doubler l'arête donnerait un facteur de volume $2^3 = 8$, bien supérieur à 2.
2. Pour doubler seulement le volume, le rapport k doit vérifier $k^3 = 2$.
3. On obtient $k = \sqrt[3]{2} \approx 1,259921$. L'augmentation relative de l'arête est $k - 1 \approx 0,259921$.

Vérifier. Le cube du rapport exact redonne 2. Une hausse d'environ 26 pour cent de chaque dimension produit donc approximativement le doublement recherché.

Conclure. Il faut multiplier l'arête par $\sqrt[3]{2}$, soit environ 1,26, et non par 2.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Le volume d'un parallélépipède est le produit de ses trois dimensions perpendiculaires.

Construire la réponse.

(a) $V = 30 \times 20 \times 15 = 600 \times 15 = 9000 \text{ cm}^3$.

(b) Comme un litre vaut 1000 cm^3 , le volume est $9000/1000 = 9$ litres.

Vérifier. Le produit de trois longueurs en centimètres donne des centimètres cubes, pas des centimètres carrés.

Conclure. La boîte a un volume de 9000 cm^3 , soit 9 litres.

2. **Comprendre la question.** Une coupe parallèle à la base d'un parallélépipède conserve les dimensions de cette base.

Construire la réponse.

(a) La section est donc un rectangle de 30 cm sur 20 cm.

(b) Son aire vaut $30 \times 20 = 600 \text{ cm}^2$.

Vérifier. La hauteur 6 cm fixe la position de la coupe, mais ne modifie pas ses dimensions horizontales dans ce solide à parois verticales.

Conclure. La section est un rectangle d'aire 600 cm^2 .

3. **Comprendre la question.** La partie inférieure possède la même base et une hauteur réduite à 6 cm.

Construire la réponse.

(a) Son volume vaut $600 \times 6 = 3600 \text{ cm}^3$.

(b) En litres, cela donne $3600/1000 = 3,6$.

Vérifier. La hauteur est $6/15 = 0,4$ de la hauteur totale ; $0,4 \times 9 = 3,6$ litres confirme le volume.

Conclure. Le volume sous le plan de coupe est 3600 cm^3 , soit 3,6 litres.

4. **Comprendre la question.** On adopte les sommets E, F, G, H respectivement au-dessus de A, B, C, D.

Construire la réponse.

(a) AB et EF sont parallèles : ce sont deux arêtes correspondantes d'une même face rectangulaire.

(b) AB et BC se coupent en B à angle droit : elles sont perpendiculaires.

(c) AB et CG ne sont ni parallèles ni sécantes. Deux droites d'un même plan qui ne sont pas parallèles se couperaient ; ces deux droites sont donc non coplanaires.

Vérifier. Un dessin en perspective peut masquer l'angle droit ou faire paraître proches des droites qui ne se rencontrent pas. Les propriétés du solide justifient les relations.

Conclure. Exemples : AB et EF parallèles ; AB et BC perpendiculaires ; AB et CG non coplanaires.

5. **Comprendre la question.** Une réduction semblable applique le même coefficient aux trois longueurs.

Construire la réponse.

(a) Les dimensions deviennent $30 \times 0,8 = 24 \text{ cm}$, $20 \times 0,8 = 16 \text{ cm}$ et $15 \times 0,8 = 12 \text{ cm}$.

(b) Le nouveau volume vaut $24 \times 16 \times 12 = 4608 \text{ cm}^3$.

(c) Le coefficient de volume est $0,8^3 = 0,512$: on retrouve $9000 \times 0,512 = 4608$.

Vérifier. Multiplier le volume seulement par 0,8 oublierait que chacune des trois dimensions a été réduite.

Conclure. La boîte réduite mesure 24 cm sur 16 cm sur 12 cm et son volume est 4608 cm^3 .

10 Variante autonome et bilan

Un cube de côté 10 cm est coupé par un plan parallèle à une face à mi-hauteur. Donne section, aire et volume inférieur.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

- Je peux expliquer : reconnaître des solides et calculer leur volume.
- Je peux expliquer : couper un solide par un plan.
- Je peux expliquer : lire les positions relatives dans un solide.
- Je peux expliquer : concevoir un volume sous contrainte.
- Je peux expliquer : agrandir une figure ou un solide.

11 Fiche-mémoire

Reconnaître des solides et calculer leur volume.

1. Identifie le solide et sa formule de volume.
2. Repère rayon ou diamètre, aire de base et hauteur perpendiculaire.
3. Convertis toutes les longueurs dans une même unité avant le produit.
4. Additionne ou soustrais les volumes utiles, en conservant une valeur exacte si possible.
5. Convertis l'unité cubique ou la capacité et contrôle la taille du résultat.

Couper un solide par un plan.

1. Identifie le solide et la position du plan par rapport aux faces, bases ou axe.
2. Détermine la forme géométrique de la section.
3. Retrouve ses dimensions réelles, en distinguant rayon et diamètre.
4. Calcule l'aire si elle est demandée.
5. Pour une construction, utilise un plan bien défini et contrôle la coupe dans une vue adaptée.

Lire les positions relatives dans un solide.

1. Annonce ou vérifie la convention de nommage du solide.
2. Cherche une face commune qui justifie une propriété plane.
3. Compare les directions et cherche un point commun entre les droites complètes.
4. Si elles ne sont ni parallèles ni sécantes, conclus à la non-coplanarité.
5. Ne remplace pas cette justification par une simple lecture de la perspective.

Concevoir un volume sous contrainte.

1. Définis les dimensions, leurs unités et les contraintes de fabrication.
2. Écris le volume imposé et isole une dimension si possible.
3. Traduis les limites en équations ou inéquations sur le domaine positif.
4. Calcule ou compare la grandeur réellement demandée.
5. Contrôle les dimensions obtenues et distingue optimum prouvé et meilleur essai observé.

Agrandir une figure ou un solide.

1. Identifie le rapport dans le sens départ vers arrivée et vérifie qu'il est uniforme.
2. Distingue longueur, aire et volume.
3. Utilise respectivement k , k^2 ou k^3 .
4. Si le rapport de surface ou de volume est donné, retrouve k avec la racine adaptée.
5. Contrôle les unités et le sens agrandissement ou réduction.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La base est un disque d'aire πr^2 .

Indice 2 — Un pas de plus.

Le volume est cette aire multipliée par la hauteur.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Le plan est parallèle aux deux disques de base.

Indice 2 — Un pas de plus.

La section conserve leur forme et leur rayon dans le cylindre droit.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Dans l'espace, deux droites peuvent ne pas tenir dans le même plan.

Indice 2 — Un pas de plus.

L'absence de point commun ne distingue pas cette situation du parallélisme.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

À volume fixé, la hauteur vérifie $h = V/B$.

Indice 2 — Un pas de plus.

Doubler B revient à doubler le dénominateur.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Un volume multiplie trois longueurs.

Indice 2 — Un pas de plus.

Chacune reçoit le facteur 2.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$$V = \pi r^2 h.$$

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

La section est un disque.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Elles peuvent être parallèles ou non coplanaires.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

La hauteur est divisée par 2.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Le volume est multiplié par $2 \times 2 \times 2 = 8$.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. La coupe est parallèle à une face et située à mi-hauteur.

Construire la réponse.

1. La section est un carré de même côté que la face, soit 10 cm.
2. Son aire est $10 \times 10 = 100 \text{ cm}^2$.
3. La partie inférieure a une hauteur de 5 cm, donc un volume $100 \times 5 = 500 \text{ cm}^3$.

Vérifier. Le cube entier a pour volume $10^3 = 1000 \text{ cm}^3$; la moitié vaut bien 500 cm^3 .

Conclure. La section est un carré d'aire 100 cm^2 et le volume inférieur est 500 cm^3 .

[Revenir à la recherche, p. 22](#)