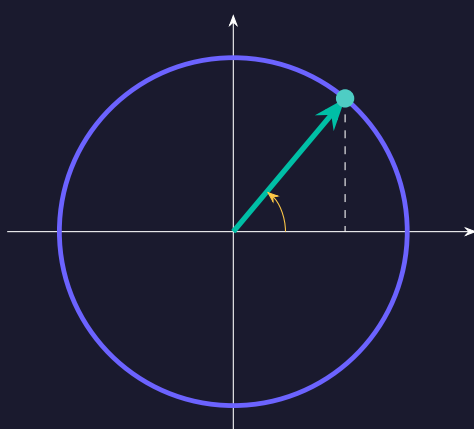


FICHE 08

Vecteurs du plan

Géométrie ■ Comprendre et s'entraîner



Première professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Un vecteur représente un déplacement	3
3.2	Calculer les coordonnées d'un vecteur du plan	4
3.3	Additionner et multiplier des vecteurs	6
3.4	Reconnaître des directions parallèles	7
3.5	Mesurer un vecteur du plan	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

Les vecteurs décrivent un déplacement indépendamment du point de départ. Les coordonnées permettent d'additionner des mouvements et de vérifier un alignement. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Un vecteur représente un déplacement.
- Calculer les coordonnées d'un vecteur du plan.
- Additionner et multiplier des vecteurs.
- Reconnaître des directions parallèles.
- Mesurer un vecteur du plan.

2 L'idée avant la formule

Un point est une position ; un vecteur relie deux positions. Pour aller de A à C en passant par B, on additionne les déplacements, pas les coordonnées des points sans distinction.

3 Le cours formel

3.1 Un vecteur représente un déplacement

Intuition | Construire la notion pas à pas

Décrire un déplacement plutôt qu'une position. Un point indique un endroit ; un vecteur indique comment aller d'un endroit à un autre. Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ part de A et arrive en B. Inverser les lettres inverse le déplacement.

Identifier trois caractéristiques. Un vecteur non nul possède une direction, un sens dans cette direction et une norme, c'est-à-dire une longueur. Deux flèches placées à des endroits différents représentent le même vecteur si ces trois caractéristiques coïncident.

Composer les déplacements. Aller de A à B puis de B à C revient à aller directement de A à C. C'est la relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. Le point d'arrivée du premier déplacement devient le départ du suivant.

Comprendre opposé et vecteur nul. Le déplacement de B vers A annule celui de A vers B. Leur somme est le vecteur nul, qui correspond à rester au même endroit. Sa norme vaut zéro et il n'a pas de direction définie.

Définition | Comprendre la notion

Un vecteur non nul possède une direction, un sens et une norme. Plusieurs flèches situées à des endroits différents peuvent représenter le même vecteur si ces trois caractéristiques sont identiques. $\overrightarrow{AB}$ désigne le déplacement de A vers B. Son opposé est $\overrightarrow{BA}$. Le vecteur nul correspond à un déplacement sans mouvement ; sa norme vaut zéro et on ne lui attribue pas de direction. Pour additionner des déplacements, place-les bout à bout : la relation de Chasles donne $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$. L'ordre des lettres indique le départ et l'arrivée.

💡 Exemple | Exemple commenté

Un trajet part de A, rejoint B, puis C, puis revient à A. Les deux premiers déplacements se simplifient en $\overrightarrow{AC}$. Le trajet total devient alors $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CA} = \vec{0}$.

Cela signifie que le déplacement global est nul, mais pas que la distance parcourue est nulle. Le voyageur a bien suivi trois étapes et peut avoir parcouru une grande longueur. La somme vectorielle décrit seulement l'écart entre le point de départ et celui d'arrivée.

Deux flèches de même longueur pointant dans des directions différentes ne se compensent pas nécessairement et ne sont pas égales. Leur orientation compte autant que leur taille.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un déplacement total nul ne signifie pas une distance parcourue nulle. Un aller-retour se compense vectoriellement tout en conservant une longueur de trajet positive.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} =$$

1. $\vec{0}$
2. $2\overrightarrow{AB}$
3. $\overrightarrow{AB}$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.2 Calculer les coordonnées d'un vecteur du plan

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Comparer deux positions. Les coordonnées d'un point indiquent sa position dans un repère. Les coordonnées d'un vecteur indiquent les variations nécessaires pour aller du départ à l'arrivée. On calcule donc « arrivée moins départ » sur chaque axe.

Comprendre les signes. Une première composante positive indique un déplacement dans le sens positif du premier axe ; une seconde négative un déplacement dans le sens négatif du second. Soustraire une coordonnée négative peut produire une augmentation : $3 - (-1) = 4$.

Retrouver le point d'arrivée. Si A est connu et si $\overrightarrow{AB} = (u; v)$, on ajoute u à l'abscisse de A et v à son ordonnée. La soustraction inverse doit ensuite retrouver le vecteur donné.

Utiliser les égalités dans une figure. Dans un parallélogramme ABCD parcouru dans cet ordre, $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$ et $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$. L'ordre des lettres compte : $\overrightarrow{CD}$ serait l'opposé de $\overrightarrow{AB}$.

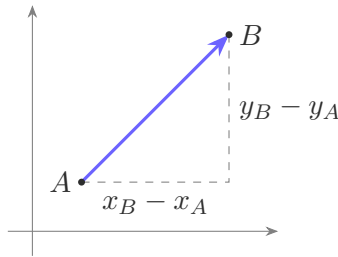
Ces calculs de coordonnées sont valables dans tout repère. Les formules de longueurs, en revanche, demandent un repère orthonormé.

Définition | Comprendre la notion

Dans un repère, les coordonnées d'un point indiquent sa position ; celles d'un vecteur décrivent un déplacement. Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$,

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

On soustrait toujours départ à arrivée. Deux vecteurs sont égaux lorsque leurs coordonnées correspondantes sont égales. Pour construire l'arrivée B depuis A avec un déplacement $(u; v)$, ajoute les coordonnées : $B(x_A + u; y_A + v)$. Ces règles ne demandent pas que le repère soit orthonormé ; les formules de longueur, elles, le demanderont.



Exemple | Exemple commenté

Pour $A(2; -1)$ et $B(5; 3)$, on calcule $\overrightarrow{AB} = (5 - 2; 3 - (-1)) = (3; 4)$. Il faut avancer de trois unités selon le premier axe et de quatre selon le second.

Le contrôle depuis le départ donne $(2 + 3; -1 + 4) = (5; 3)$, les coordonnées de B. En inversant le trajet, $\overrightarrow{BA} = (2 - 5; -1 - 3) = (-3; -4)$: les deux composantes changent de signe.

La coordonnée verticale de B vaut 3, mais le déplacement vertical vaut 4 parce que l'on part de -1. Cela illustre la différence entre une position et une variation de position.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Pour un parallélogramme ABCD, compare AB avec DC, pas avec CD. Les côtés opposés de même vecteur doivent être orientés dans le même sens.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $A(2;3)$, $B(5;1)$, le vecteur $\overrightarrow{AB}$ vaut...

1. $(-3;2)$
2. $(3;-2)$
3. $(7;4)$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 Additionner et multiplier des vecteurs

Intuition | Construire la notion pas à pas

Composer les composantes. Additionner deux vecteurs additionne leurs déplacements sur chaque axe. La première coordonnée se combine uniquement avec la première, et la seconde avec la seconde. Le résultat est encore un vecteur.

Multiplier un déplacement. Multiplier par k applique le même facteur à toutes les composantes. Si k est positif, le sens est conservé ; s'il est négatif, il est inversé. La longueur est multipliée par $|k|$, car elle ne peut pas être négative.

Lire une différence comme une somme. Soustraire un vecteur revient à ajouter son opposé. Pour $\vec{u} - \vec{v}$, tous les signes des composantes de $\vec{v}$ changent, pas seulement le premier. Les parenthèses évitent cette erreur.

Chercher un équilibre. Pour annuler plusieurs déplacements ou forces modélisées, on calcule d'abord leur résultante, puis on prend son opposé. La vérification exige que chaque composante de la somme soit nulle. Annuler seulement une coordonnée laisse un déplacement dans l'autre direction.

Définition | Comprendre la notion

Dans le plan, $(x; y) + (x'; y') = (x + x'; y + y')$ et $k(x; y) = (kx; ky)$. Géométriquement, la somme compose deux déplacements. Multiplier par un réel positif conserve le sens ; par un réel négatif, il l'inverse. La norme est multipliée par $|k|$. La différence $\vec{u} - \vec{v}$ signifie $\vec{u} + (-\vec{v})$. Elle ne correspond pas à une division de coordonnées. Ces règles servent notamment à composer des translations ou des forces modélisées par des vecteurs.

Exemple | Exemple commenté

Pour $\vec{u} = (2; -1)$ et $\vec{v} = (-3; 4)$, calculons $2\vec{u} - \vec{v}$. On commence par $2\vec{u} = (4; -2)$. Le vecteur opposé de $\vec{v}$ est $(3; -4)$.

La somme vaut donc $(4; -2) + (3; -4) = (7; -6)$. En écriture directe, on obtient $(4 - (-3); -2 - 4)$, le même résultat.

Pour contrôler, on ajoute $\vec{v}$ au résultat : $(7; -6) + (-3; 4) = (4; -2) = 2\vec{u}$. Ce retour à l'expression initiale permet de détecter un signe oublié.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un facteur ou un signe moins s'applique à toutes les coordonnées. Écrire les vecteurs entre parenthèses évite de ne modifier qu'une composante.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$$-2(3; -1) =$$

1. $(-6; -2)$
2. $(6; 2)$
3. $(-6; 2)$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Reconnaître des directions parallèles**🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas**

Reconnaître un même axe de déplacement. Deux vecteurs non nuls sont colinéaires lorsque leurs directions sont parallèles. L'un peut être un agrandissement ou une réduction de l'autre, avec éventuellement un sens inversé.

Chercher un facteur unique. En coordonnées, on cherche k tel que $\vec{v} = k\vec{u}$. Le même k doit fonctionner pour chaque composante. Une première coordonnée peut proposer k ; les autres doivent le confirmer.

Traiter les zéros sans division interdite. Si une composante de $\vec{u}$ est nulle, tous ses multiples gardent cette composante nulle. On vérifie donc d'abord la compatibilité des zéros, puis on utilise une composante non nulle pour calculer k .

Relier vecteurs et alignement. Pour trois points distincts A, B, C , on calcule les deux déplacements issus de A . S'ils sont colinéaires, les points sont alignés. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur, mais il ne peut pas servir de direction à une droite.

📖 Définition | Comprendre la notion

Deux vecteurs sont colinéaires si l'un est un multiple de l'autre. Pour des vecteurs non nuls, ils ont des directions parallèles; le sens peut être le même ou opposé. Avec des coordonnées, cherche un même coefficient k pour toutes les composantes. Les coordonnées nulles doivent être contrôlées séparément : on ne divise pas par zéro. Trois points distincts A, B, C sont alignés lorsque $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires. Deux droites dirigées par des vecteurs colinéaires sont parallèles ou confondues. Le vecteur nul est colinéaire à tout vecteur, mais ne définit pas une direction de droite.

💡 Exemple | Exemple commenté

Les vecteurs $(2; 3)$ et $(6; 9)$ sont colinéaires : la première composante propose le facteur $6/2 = 3$ et la seconde confirme $3 \times 3 = 9$. Le second vecteur est trois fois le premier, dans le même sens. Pour $(2; 3)$ et $(6; 8)$, la première composante impose encore 3, mais ce facteur produirait 9 au lieu de 8 sur la seconde. Aucun facteur unique ne convient, donc ils ne sont pas colinéaires.

Avec $(0; 4)$ et $(0; -7)$, on évite le quotient $0/0$. La seconde composante donne $k = -7/4$, et la première égalité $0 = k \times 0$ est alors satisfaite. Le coefficient négatif décrit des sens opposés.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Deux quotients différents réfutent la colinéarité, mais une coordonnée nulle doit être contrôlée sans diviser par zéro. Un seul facteur doit fonctionner partout.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$(2; 5)$ et $(4; 10)$ sont...

1. Égaux
2. Colinéaires
3. Opposés

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Mesurer un vecteur du plan

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Calculer une longueur à partir d'un déplacement. Dans un repère orthonormé, les composantes x et y forment les côtés perpendiculaires d'un triangle rectangle. La norme est donc $\sqrt{x^2 + y^2}$ par Pythagore.

Vérifier le repère. Les axes doivent être perpendiculaires et leurs unités de même longueur. Les règles d'addition des coordonnées ne demandent pas cette condition, mais la formule de norme l'utilise. Un dessin avec deux échelles différentes ne donne pas directement les longueurs réelles.

Commencer une distance par une différence. Pour une distance AB , on calcule les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ puis leur norme. Utiliser les coordonnées de B seules donnerait la distance depuis l'origine.

Construire une direction unitaire. Pour un vecteur non nul, diviser toutes ses composantes par sa norme donne un vecteur de norme 1 et de même sens. Cette opération conserve la direction grâce à un facteur positif. On ne peut pas normaliser le vecteur nul par cette division.

📖 Définition | Comprendre la notion

Dans un repère orthonormé, la norme de $\vec{u} = (x; y)$ vaut $\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}$. C'est la longueur d'un représentant, donc un nombre positif ou nul. La formule provient de Pythagore appliqué aux déplacements horizontal et vertical. Pour deux points, calcule d'abord les coordonnées de leur différence. Le repère doit avoir des axes perpendiculaires et des unités de même longueur. Sur un dessin dont les échelles diffèrent, la formule ne peut pas être appliquée directement aux longueurs visuelles. La norme de $k\vec{u}$ vaut $|k|\|\vec{u}\|$.

 Exemple | Exemple commenté

Pour $A(-1; 2)$ et $B(2; 6)$, le déplacement est $\overrightarrow{AB} = (3; 4)$. Sa norme vaut $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5$, donc AB mesure cinq unités.

Un vecteur unitaire de même sens est $(3/5; 4/5)$. Le carré de sa norme vaut $9/25 + 16/25 = 1$; sa norme vaut donc 1. Le facteur $1/5$ est positif, ce qui garde le sens initial.

Le vecteur opposé $(-3; -4)$ a lui aussi une norme 5. Le changement de signe des coordonnées modifie l'orientation, pas la longueur. Cela explique la formule $\|k\vec{u}\| = |k|\|\vec{u}\|$.

 Attention | Comprendre une erreur fréquente

La norme d'une somme n'est pas généralement la somme des normes. Il faut additionner les vecteurs d'abord si l'on cherche la longueur du déplacement résultant.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

La norme de $(6; 8)$ vaut...

1. 14
2. 10
3. 100

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

 Méthode | Un vecteur représente un déplacement

1. Lis les lettres dans l'ordre départ puis arrivée.
2. Compare direction, sens et norme pour reconnaître deux vecteurs égaux.
3. Enchaîne les déplacements avec la relation de Chasles.
4. Remplace un trajet inverse par le vecteur opposé.
5. Distingue déplacement résultant et longueur totale du trajet.

 Méthode | Calculer les coordonnées d'un vecteur du plan

1. Identifie le point de départ et le point d'arrivée.
2. Soustrais les coordonnées du départ à celles de l'arrivée, avec des parenthèses pour les valeurs négatives.
3. Pour une arrivée inconnue, ajoute le déplacement aux coordonnées du départ.
4. Pour une figure, écris une égalité de vecteurs avec les bonnes orientations.
5. Contrôle en recalculant la différence ou l'autre paire de côtés.

 Méthode | Additionner et multiplier des vecteurs

1. Calcule d'abord les multiples de vecteurs demandés.
2. Additionne les composantes correspondantes.
3. Pour une soustraction, inverse toutes les composantes du vecteur soustrait.
4. Pour une compensation, prends l'opposé de la résultante.
5. Contrôle en recomposant l'expression ou en vérifiant la nullité de chaque coordonnée.

 Méthode | Reconnaître des directions parallèles

1. Vérifie si un vecteur est nul et distingue ce cas d'une direction de droite.
2. Choisis une composante non nulle pour trouver un facteur candidat k .
3. Contrôle toutes les autres composantes, notamment les zéros.
4. Pour des points, calcule d'abord deux vecteurs de même origine.
5. Conclue sur la colinéarité ou l'alignement et interprète le signe du facteur.

 Méthode | Mesurer un vecteur du plan

1. Vérifie que le repère est orthonormé.
2. Pour une distance, calcule les différences de coordonnées.
3. Additionne les carrés puis prends la racine positive.
4. Pour un vecteur unitaire, divise toutes les composantes par la norme non nulle.
5. Contrôle la longueur obtenue et distingue signe des composantes et positivité de la norme.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Le vecteur opposé ★☆☆

Quel est l'opposé de $\overrightarrow{MN}$? Compare leurs normes.

Exercice 2 — Un déplacement ★☆☆

$A(1; 4)$ et $B(6; 2)$. Calcule $\overrightarrow{AB}$.

Exercice 3 — Une somme ★☆☆

$\vec{u} = (3; 2)$ et $\vec{v} = (-1; 5)$. Calcule $\vec{u} + \vec{v}$.

Exercice 4 — Un même facteur ★☆☆

$(3; -2)$ et $(-6; 4)$ sont-ils colinéaires ?

Exercice 5 — Une norme ★☆☆

Calcule la norme de $(-5; 12)$ dans un repère orthonormé.

Exercice 6 — Deux déplacements ★★☆☆

Simplifie $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD}$.

Exercice 7 — Retrouver une arrivée ★★★

$A(-2; 3)$ et $\overrightarrow{AB} = (4; -5)$. Trouve B.

Exercice 8 — Une combinaison ★★★

$\vec{u} = (1; -2)$, $\vec{v} = (4; 3)$. Calcule $3\vec{u} - 2\vec{v}$.

Exercice 9 — Coordonnée nulle ★★★

Les vecteurs $(0; 4)$ et $(0; -7)$ sont-ils colinéaires ? Et $(0; 4)$ et $(2; 0)$?

Exercice 10 — Une distance ★★☆☆

$A(2; -1)$ et $B(-4; 7)$. Calcule AB dans un repère orthonormé.

Exercice 11 — Même longueur, même vecteur ? ★★★★★

Deux flèches ont une longueur de 5 cm ; l'une pointe vers le nord, l'autre vers l'est. Représentent-elles le même vecteur ?

Exercice 12 — Un parallélogramme ★★★★★

$A(0; 1)$, $B(3; 2)$, $D(-1; 4)$. Trouve C pour que ABCD soit un parallélogramme.

Exercice 13 — Un équilibre vectoriel ★★ ★

Deux forces sont représentées par $(6; 2)$ et $(-1; 3)$. Quel troisième vecteur rend leur somme nulle ?

Exercice 14 — Prouver un alignement ★★ ★

$A(1; 2)$, $B(3; 5)$, $C(7; 11)$. Sont-ils alignés ?

Exercice 15 — Une direction normalisée ★★ ★

$\vec{u} = (3; 4)$. Trouve un vecteur de norme 1 et de même sens.

6 Problème — Pour aller plus loin

Déplacements d'un outil dans le plan

Dans un repère orthonormé, $A(1;2)$, $B(4;6)$ et $C(7;10)$ représentent des positions en cm.

1. Calcule $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{AC}$ en coordonnées vectorielles.
2. Vérifie la relation de Chasles.
3. Les trois points sont-ils alignés ?
4. Calcule les distances AB et AC .
5. Un déplacement $u = (-2;3)$ est appliqué à B . Donne le point obtenu D et les coordonnées de $\overrightarrow{AD}$.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Inverse le départ et l'arrivée.

Indice 2. Changer de sens ne change pas la longueur.

Exercice 2

Indice 1. Soustrais les coordonnées de A à celles de B.

Indice 2. La seconde différence est $2 - 4$.

Exercice 3

Indice 1. Additionne horizontal avec horizontal et vertical avec vertical.

Indice 2. Ne mélange pas les deux axes.

Exercice 4

Indice 1. Compare les deux coordonnées avec le même multiplicateur.

Indice 2. Le facteur -2 convient aux deux.

Exercice 5

Indice 1. Les deux coordonnées sont élevées au carré.

Indice 2. Le carré de -5 vaut 25.

Exercice 6

Indice 1. Les lettres intermédiaires relient les déplacements.

Indice 2. Associe d'abord les deux premiers vecteurs.

Exercice 7

Indice 1. Ajoute le déplacement au départ.

Indice 2. Traite les deux coordonnées séparément.

Exercice 8

Indice 1. Commence par les deux multiplications.

Indice 2. Le signe moins s'applique aux deux coordonnées de $2\vec{v}$.

Exercice 9

Indice 1. Ne divise jamais par une coordonnée nulle.

Indice 2. Un multiple de zéro reste zéro.

Exercice 10

Indice 1. Calcule arrivée moins départ.

Indice 2. Applique ensuite Pythagore aux coordonnées.

Exercice 11

Indice 1. Un vecteur a trois caractéristiques.

Indice 2. Compare aussi les directions.

Exercice 12

Indice 1. Les côtés opposés ont des vecteurs égaux dans le bon sens.

Indice 2. Utilise $C = B + D - A$.

Exercice 13

Indice 1. Calcule d'abord la résultante des deux forces.

Indice 2. Le vecteur recherché doit annuler cette résultante.

Exercice 14

Indice 1. Construis deux vecteurs de même origine.

Indice 2. Compare leurs coordonnées par un facteur commun.

Exercice 15

Indice 1. Divise par la norme du vecteur.

Indice 2. Un facteur positif conserve le sens.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le déplacement opposé parcourt le même segment dans le sens inverse.

Construire la réponse.

1. L'opposé de $\overrightarrow{MN}$ est $\overrightarrow{NM}$.
2. Les deux représentants ont la même direction et la même longueur MN, mais des sens contraires.

Vérifier. Leur somme correspond à aller de M à N puis revenir à M : elle vaut $\vec{0}$. Leurs normes sont donc égales, même si leurs vecteurs sont opposés.

Conclure. L'opposé est $\overrightarrow{NM}$ et les deux normes valent MN.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le déplacement va de A vers B ; on soustrait A à B.

Construire la réponse.

1. La composante horizontale vaut $6 - 1 = 5$.
2. La composante verticale vaut $2 - 4 = -2$.
3. On obtient $\overrightarrow{AB} = (5; -2)$.

Vérifier. En ajoutant ce déplacement à A, on retrouve $(1 + 5; 4 - 2) = (6; 2)$, soit B.

Conclure. $\overrightarrow{AB} = (5; -2)$.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On compose les deux déplacements en additionnant leurs composantes de même axe.

Construire la réponse.

1. La première composante vaut $3 + (-1) = 2$.
2. La seconde vaut $2 + 5 = 7$.

Vérifier. Le résultat moins $\vec{v}$ donne $(2 - (-1); 7 - 5) = (3; 2)$, soit $\vec{u}$.

Conclure. $\vec{u} + \vec{v} = (2; 7)$.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche un même facteur transformant le premier vecteur en second.

Construire la réponse.

1. La première coordonnée impose $k = -6/3 = -2$.
2. La seconde vérifie $(-2) \times (-2) = 4$. Le même facteur convient.

Vérifier. $-2(3; -2) = (-6; 4)$ reproduit exactement les deux composantes. Le signe négatif inverse le sens sans changer la direction.

Conclure. Les vecteurs sont colinéaires, avec un facteur -2.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La norme est la racine de la somme des carrés des deux composantes.

Construire la réponse.

1. $(-5)^2 = 25$ et $12^2 = 144$.

2. La somme vaut 169, donc $\|\vec{u}\| = \sqrt{169} = 13$.

Vérifier. La première composante négative n'entraîne pas une norme négative. Le résultat 13 est supérieur à chacune des valeurs absolues 5 et 12, comme une hypoténuse.

Conclure. La norme vaut 13.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les trois déplacements sont déjà écrits dans un ordre où les arrivées et départs s'enchaînent.

Construire la réponse.

1. Par Chasles, $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

2. On poursuit : $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{AD}$.

Vérifier. Le trajet global commence en A et se termine en D ; les points intermédiaires B et C disparaissent de la résultante.

Conclure. La somme vaut $\overrightarrow{AD}$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le départ et le déplacement sont connus ; on ajoute les deux composantes.

Construire la réponse.

1. L'abscisse d'arrivée est $x_B = -2 + 4 = 2$.

2. L'ordonnée d'arrivée est $y_B = 3 + (-5) = -2$.

Vérifier. La différence arrivée moins départ donne $(2 - (-2); -2 - 3) = (4; -5)$, exactement le vecteur imposé.

Conclure. $B(2; -2)$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les multiplications doivent être effectuées avant la soustraction.

Construire la réponse.

1. $3\vec{u} = 3(1; -2) = (3; -6)$.
2. $2\vec{v} = 2(4; 3) = (8; 6)$.
3. La différence est $(3 - 8; -6 - 6) = (-5; -12)$.

Vérifier. Ajouter $2\vec{v}$ au résultat donne $(-5 + 8; -12 + 6) = (3; -6) = 3\vec{u}$. Les deux composantes de la soustraction sont donc cohérentes.

Conclure. $3\vec{u} - 2\vec{v} = (-5; -12)$.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La première coordonnée du vecteur $(0; 4)$ interdit de calculer un quotient avec zéro ; on raisonne composante par composante.

Construire la réponse.

1. Pour $(0; -7)$, on utilise la seconde coordonnée : $k = -7/4$. Alors $k(0; 4) = (0; -7)$, donc colinéarité.
2. Pour $(2; 0)$, tout multiple de $(0; 4)$ conserve une première coordonnée nulle. Il ne peut jamais produire 2.

Vérifier. Les deux premiers vecteurs sont verticaux. Le dernier est horizontal non nul, donc sa direction est différente, ce qui confirme le calcul.

Conclure. $(0; 4)$ et $(0; -7)$ sont colinéaires ; $(0; 4)$ et $(2; 0)$ ne le sont pas.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On forme d'abord le déplacement de A vers B.

Construire la réponse.

1. $\overrightarrow{AB} = (-4 - 2; 7 - (-1)) = (-6; 8)$.
2. La distance est $AB = \sqrt{(-6)^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = 10$.

Vérifier. Le vecteur inverse $(6; -8)$ donne la même somme de carrés, donc la même distance. L'ordre des points ne change pas AB.

Conclure. $AB = 10$ unités.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La longueur n'est qu'une des trois caractéristiques d'un vecteur non nul.

Construire la réponse.

1. Les deux normes valent 5 cm : cette caractéristique est identique.

2. La première flèche suit la direction nord-sud et la seconde est-ouest : leurs directions diffèrent.
3. La condition d'égalité des vecteurs n'est donc pas satisfaite.

Vérifier. Déplacer la première flèche sans la tourner ne lui permettrait pas de coïncider avec la seconde. La position peut changer, mais pas l'orientation d'un représentant du même vecteur.

Conclure. Non : les normes sont égales, mais les vecteurs ne sont pas les mêmes.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le parallélogramme est nommé dans l'ordre ABCD ; le déplacement de B à C doit reproduire celui de A à D.

Construire la réponse.

1. $\overrightarrow{AD} = (-1 - 0; 4 - 1) = (-1; 3)$.
2. On impose $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AD}$ et l'on ajoute ce vecteur à B : $C = (3 - 1; 2 + 3) = (2; 5)$.

Vérifier. $\overrightarrow{DC} = (2 - (-1); 5 - 4) = (3; 1)$ et $\overrightarrow{AB} = (3 - 0; 2 - 1) = (3; 1)$. L'autre paire de côtés confirme le parallélogramme.

Conclure. Le point recherché est $C(2; 5)$.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le troisième vecteur doit compenser la résultante des deux premiers.

Construire la réponse.

1. La somme connue vaut $(6; 2) + (-1; 3) = (5; 5)$.
2. Son opposé est $(-5; -5)$.

Vérifier. La somme des trois vecteurs vaut $(6 - 1 - 5; 2 + 3 - 5) = (0; 0)$: les deux composantes sont annulées.

Conclure. Le vecteur recherché est $(-5; -5)$.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Pour tester l'alignement, on compare deux déplacements issus du même point A.

Construire la réponse.

1. $\overrightarrow{AB} = (3 - 1; 5 - 2) = (2; 3)$.
2. $\overrightarrow{AC} = (7 - 1; 11 - 2) = (6; 9)$.
3. On constate $\overrightarrow{AC} = 3\overrightarrow{AB}$.

Vérifier. Le point C s'obtient depuis A en effectuant trois fois le déplacement vers B. Il appartient donc à la même droite, au-delà de B.

Conclure. A, B et C sont alignés.

Corrigé 15 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On veut conserver la direction et le sens, mais réduire la longueur à 1.

Construire la réponse.

1. La norme de $(3; 4)$ vaut $\sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{9 + 16} = 5$.
2. On multiplie le vecteur par $1/5$: $\vec{v} = (3/5; 4/5)$.
3. Sa norme vaut $\sqrt{9/25 + 16/25} = \sqrt{1} = 1$.

Vérifier. Le facteur $1/5$ est positif, donc le sens est conservé. Multiplier par $-1/5$ aurait donné une norme 1 mais le sens opposé.

Conclure. Un vecteur unitaire de même sens est $(3/5; 4/5)$.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Chaque vecteur déplacement se calcule avec arrivée moins départ, coordonnée par coordonnée.

Construire la réponse.

(a) $\overrightarrow{AB} = (4 - 1; 6 - 2) = (3; 4).$

(b) $\overrightarrow{BC} = (7 - 4; 10 - 6) = (3; 4).$

(c) $\overrightarrow{AC} = (7 - 1; 10 - 2) = (6; 8).$

Vérifier. En ajoutant les coordonnées de AB à celles de A, on retrouve bien le point B.

Conclure. Les vecteurs AB et BC valent (3;4), et AC vaut (6;8).

2. **Comprendre la question.** Un trajet passant par B doit avoir le même déplacement total que le trajet direct.

Construire la réponse.

(a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = (3 + 3; 4 + 4) = (6; 8).$

(b) Ce résultat est exactement $\overrightarrow{AC}.$

Vérifier. Le point intermédiaire se simplifie aussi dans l'écriture des différences : (B moins A) plus (C moins B) donne C moins A.

Conclure. La relation de Chasles est vérifiée.

3. **Comprendre la question.** L'alignement se prouve par la colinéarité de deux vecteurs ayant la même origine.

Construire la réponse.

(a) $\overrightarrow{AC} = (6; 8) = 2(3; 4) = 2\overrightarrow{AB}.$

(b) Le même coefficient 2 convient aux deux coordonnées et AB est non nul.

Vérifier. Les points suivent donc une même direction ; B est même le milieu de A et C.

Conclure. Les points A, B et C sont alignés.

4. **Comprendre la question.** Le repère orthonormé permet la formule de distance avec la somme des carrés.

Construire la réponse.

(a) $AB = \sqrt{3^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5 \text{ cm}.$

(b) $AC = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}.$

Vérifier. Le vecteur AC est le double de AB : sa norme doit donc être deux fois plus grande, ce qui est vérifié.

Conclure. Les distances sont AB égal à 5 cm et AC égal à 10 cm.

5. **Comprendre la question.** Le déplacement indiqué part de B, puis on calcule le nouveau déplacement depuis A.

Construire la réponse.

(a) $D = B + \vec{u} = (4 - 2; 6 + 3) = (2; 9).$

(b) $\overrightarrow{AD} = (2 - 1; 9 - 2) = (1; 7).$

Vérifier. Chasles donne aussi $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} = (3; 4) + (-2; 3) = (1; 7).$

Conclure. Le point obtenu est D(2;9) et le vecteur AD vaut (1;7).

10 Variante autonome et bilan

Avec $A(0;1)$, $B(2;5)$, $C(3;7)$, vérifie l'alignement et calcule AB .

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

- Je peux expliquer : un vecteur représente un déplacement.
- Je peux expliquer : calculer les coordonnées d'un vecteur du plan.
- Je peux expliquer : additionner et multiplier des vecteurs.
- Je peux expliquer : reconnaître des directions parallèles.
- Je peux expliquer : mesurer un vecteur du plan.

11 Fiche-mémoire

Un vecteur représente un déplacement.

1. Lis les lettres dans l'ordre départ puis arrivée.
2. Compare direction, sens et norme pour reconnaître deux vecteurs égaux.
3. Enchaîne les déplacements avec la relation de Chasles.
4. Remplace un trajet inverse par le vecteur opposé.
5. Distingue déplacement résultant et longueur totale du trajet.

Calculer les coordonnées d'un vecteur du plan.

1. Identifie le point de départ et le point d'arrivée.
2. Soustrais les coordonnées du départ à celles de l'arrivée, avec des parenthèses pour les valeurs négatives.
3. Pour une arrivée inconnue, ajoute le déplacement aux coordonnées du départ.
4. Pour une figure, écris une égalité de vecteurs avec les bonnes orientations.
5. Contrôle en recalculant la différence ou l'autre paire de côtés.

Additionner et multiplier des vecteurs.

1. Calcule d'abord les multiples de vecteurs demandés.
2. Additionne les composantes correspondantes.
3. Pour une soustraction, inverse toutes les composantes du vecteur soustrait.
4. Pour une compensation, prends l'opposé de la résultante.
5. Contrôle en recomposant l'expression ou en vérifiant la nullité de chaque coordonnée.

Reconnaître des directions parallèles.

1. Vérifie si un vecteur est nul et distingue ce cas d'une direction de droite.
2. Choisis une composante non nulle pour trouver un facteur candidat k .
3. Contrôle toutes les autres composantes, notamment les zéros.
4. Pour des points, calcule d'abord deux vecteurs de même origine.
5. Conclue sur la colinéarité ou l'alignement et interprète le signe du facteur.

Mesurer un vecteur du plan.

1. Vérifie que le repère est orthonormé.
2. Pour une distance, calcule les différences de coordonnées.
3. Additionne les carrés puis prends la racine positive.
4. Pour un vecteur unitaire, divise toutes les composantes par la norme non nulle.
5. Contrôle la longueur obtenue et distingue signe des composantes et positivité de la norme.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Le second déplacement annule exactement le premier.

Indice 2 — Un pas de plus.

Le départ et l'arrivée du trajet complet sont tous deux A.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Calcule B moins A composante par composante.

Indice 2 — Un pas de plus.

La première différence est $5 - 2$ et la seconde $1 - 3$.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Le facteur -2 multiplie les deux nombres.

Indice 2 — Un pas de plus.

Le produit de -2 par -1 est positif.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Compare les composantes avec un même multiplicateur.

Indice 2 — Un pas de plus.

$4 = 2 \times 2$ et $10 = 2 \times 5$.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Calcule les carrés 36 et 64.

Indice 2 — Un pas de plus.

Leur somme vaut 100, qui est le carré de la norme.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{0}.$$

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$$\overrightarrow{AB} = (3; -2).$$

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$$-2(3; -1) = (-6; 2).$$

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Les vecteurs sont colinéaires : le second est le double du premier, sans être son opposé ni lui être égal.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

La norme est $\sqrt{100} = 10$.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. On compare les coordonnées des déplacements depuis A.

Construire la réponse.

1. $\overrightarrow{AB} = (2 - 0; 5 - 1) = (2; 4).$
2. $\overrightarrow{AC} = (3 - 0; 7 - 1) = (3; 6) = 1,5(2; 4)$: les vecteurs sont colinéaires.
3. La distance vaut $AB = \sqrt{2^2 + 4^2} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}.$

Vérifier. Le coefficient 1,5 s'applique aux deux coordonnées ; l'alignement ne repose pas sur la seule apparence d'un dessin.

Conclure. Les points sont alignés et $AB = 2\sqrt{5}$ unités.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)