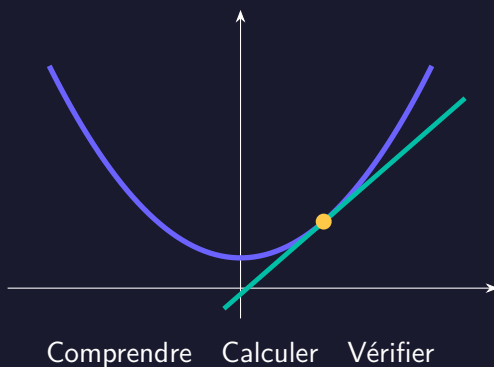


FICHE 02

Suites arithmétiques et géométriques

Analyse ■ Comprendre et s'entraîner



Première STMG et STI2D — commun
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Une suite décrit des étapes	3
3.2	Ajouter toujours la même quantité	4
3.3	Multiplier toujours par le même facteur	5
3.4	Choisir le modèle d'évolution	6
3.5	Calculer des termes et rechercher un seuil	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	23
11	Fiche-mémoire	23
12	Indices des pauses et des preuves	24
13	Explications des pauses et des preuves	26

1 Pourquoi ce chapitre ?

Une augmentation fixe et une augmentation proportionnelle peuvent sembler proches au début et produire des résultats très différents. Les suites permettent de comparer ces stratégies à chaque étape. **Ton parcours.** Enseignement commun de mathématiques pour les séries STMG et STI2D. Les situations de gestion et les situations techniques mobilisent ici les mêmes notions du programme.

- Une suite décrit des étapes.
- Ajouter toujours la même quantité.
- Multiplier toujours par le même facteur.
- Choisir le modèle d'évolution.
- Calculer des termes et rechercher un seuil.

2 L'idée avant la formule

Ajouter toujours le même nombre donne des écarts constants ; multiplier toujours par le même nombre donne des rapports constants. Un tableau de quelques termes aide à reconnaître le bon modèle.

3 Le cours formel

3.1 Une suite décrit des étapes

Intuition | Construire la notion pas à pas

Numéroter une évolution. Une suite associe une valeur à chaque rang entier. Le rang indique une position ou un nombre d'étapes ; le terme indique la quantité observée à cette position. Dans $u_5 = 21$, 5 est le rang et 21 la valeur. L'indice n'est ni une multiplication ni une puissance.

Choisir le point de départ. Si l'état initial porte le rang 0, le rang 1 décrit l'état après une étape, et le rang 5 après cinq étapes. Il s'agit alors du sixième terme de la liste $u_0, u_1, \dots, u_5$. Avec un départ au rang 1, le même langage doit être adapté.

Deux façons de définir une suite. Une formule explicite calcule directement un terme à partir de son rang, par exemple $u_n = 4n + 1$. Une relation de récurrence calcule le terme suivant à partir du terme courant. Il faut alors une valeur initiale ; la seule règle « doubler puis ajouter 1 » ne dit pas d'où l'on part.

Tenir une trace. Un petit tableau avec une colonne pour le rang et une pour la valeur évite de confondre les deux. Pour une récurrence, chaque nouvelle ligne utilise la valeur obtenue à la ligne précédente, et non le numéro de cette ligne à la place du terme.

Définition | Comprendre la notion

Une suite associe un nombre u_n à chaque rang entier n . Le rang compte des étapes : jour, mois, rang d'une pièce. u_0 est la valeur initiale si le comptage commence à 0 ; u_1 l'est si le comptage commence à 1. Une formule explicite, par exemple $u_n = 3n + 2$, calcule directement n'importe quel terme. Une relation de récurrence, par exemple $u_{n+1} = u_n + 3$ avec $u_0 = 2$, calcule le suivant à partir du précédent. Les points $(n; u_n)$ représentent une évolution discrète ; les valeurs intermédiaires entre les rangs n'ont pas automatiquement un sens.

💡 Exemple | Exemple commenté

Comparons $u_n = 3n + 2$ et la suite définie par $v_0 = 2$, $v_{n+1} = 3v_n + 2$. Pour la première, le calcul de u_2 se fait directement : $u_2 = 3 \times 2 + 2 = 8$. On n'a pas besoin de calculer u_1 .

Pour la seconde, on commence par $v_1 = 3v_0 + 2 = 3 \times 2 + 2 = 8$. Puis $v_2 = 3v_1 + 2 = 3 \times 8 + 2 = 26$. Les deux règles contiennent « trois fois quelque chose plus deux », mais ce quelque chose est le rang dans la première et la valeur précédente dans la seconde. Elles ne définissent donc pas la même suite.

La trace $v_0 = 2$, $v_1 = 8$, $v_2 = 26$ contrôle que deux mises à jour ont été faites pour atteindre le rang 2.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Dans $u_{n+1} = 2u_n + 1$, remplace u_n par la valeur déjà calculée, pas par n . La suite obtenue en écrivant $2n + 1$ répondrait à une autre définition.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $u_n = 2n + 5$, u_3 vaut...

1. 11
2. 6
3. 13

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices](#), p. 24 [Explication](#), p. 26

3.2 Ajouter toujours la même quantité

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Reconnaître une différence constante. Une suite est arithmétique lorsqu'on ajoute le même nombre r à chaque étape : $u_{n+1} = u_n + r$. Ce nombre r , appelé raison, peut être positif, nul ou négatif. Une diminution fixe de 3 correspond donc à une raison -3 .

Passer des étapes à une formule. À partir de u_0 , une étape donne $u_0 + r$, deux étapes $u_0 + 2r$ et n étapes $u_0 + nr$. Plus généralement, entre les rangs p et n , on effectue $n - p$ étapes : $u_n = u_p + (n - p)r$. La formule compte des écarts de rang, pas le nombre de termes écrits.

Retrouver la raison. Entre deux termes connus, la variation totale est partagée entre toutes les étapes. Si cinq étapes ajoutent 20 au total, chaque étape ajoute $20/5 = 4$. On utilise donc la différence des valeurs divisée par la différence des rangs.

Savoir ce qu'une observation prouve. Trois ou quatre écarts égaux suggèrent un modèle arithmétique. Ils ne démontrent pas que la règle se poursuivra indéfiniment. La règle doit être donnée, justifiée par le contexte ou explicitement adoptée comme hypothèse.

📖 Définition | Comprendre la notion

Une suite est arithmétique si $u_{n+1} = u_n + r$ pour une constante r , appelée raison. Entre deux étapes, la différence est donc constante. À partir du rang 0 : $u_n = u_0 + nr$. À partir d'un rang p :

$u_n = u_p + (n - p)r$. La formule compte le nombre d'ajouts entre les deux rangs. Si $r > 0$, la suite croît ; si $r < 0$, elle décroît ; si $r = 0$, elle est constante. Ses points sont alignés, mais ses rangs restent entiers. Une hausse d'un montant fixe est arithmétique ; une hausse d'un pourcentage fixe ne l'est généralement pas.

Exemple | Exemple commenté

Un stock commence à 120 unités et diminue de 7 unités par jour. En notant $u_0 = 120$, on a $u_{n+1} = u_n - 7$: la raison vaut -7. Après huit jours, il y a huit retraits, donc $u_8 = 120 + 8(-7) = 120 - 56 = 64$.

La trace commence par 120, 113, 106 : les différences successives valent bien -7. On peut aussi partir d'un autre rang : $u_8 = u_2 + (8 - 2)(-7) = 106 - 42 = 64$. Les deux calculs coïncident parce qu'ils comptent le même nombre total de retraits.

Le modèle est valable tant que les retraits restent possibles ; un stock négatif ne représente pas une situation physique autorisée sans information supplémentaire.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Entre les rangs 1 et 12, il y a onze étapes mais douze termes si l'on compte les deux extrémités. Pour calculer un terme, on compte les étapes ; pour additionner des termes, on compte les termes.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$u_0 = 7$, $r = 3$: $u_4 =$

1. 19
2. 28
3. 16

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices](#), p. 24 [Explication](#), p. 26

3.3 Multiplier toujours par le même facteur

Intuition | Construire la notion pas à pas

Reconnaître un facteur constant. Une suite est géométrique lorsque chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par le même nombre q : $u_{n+1} = qu_n$. Ce facteur est la raison. Pour des termes non nuls, on peut le retrouver en divisant un terme par celui qui le précède.

Comprendre l'exposant. Partir de u_0 et multiplier n fois par q donne $u_n = u_0q^n$. Entre les rangs p et n , il y a $n - p$ multiplications : $u_n = u_pq^{n-p}$. L'exposant compte les transitions.

Relier pourcentage et coefficient. Une hausse de t en écriture décimale donne le facteur $1 + t$, une baisse donne $1 - t$. Pour une baisse de 15 pour cent, on conserve 85 pour cent de la valeur : le facteur est 0,85. La diminution en euros change à chaque étape puisque la base change.

Interpréter les variations avec les hypothèses. Pour une suite de termes strictement positifs, $q > 1$ produit une croissance, $0 < q < 1$ une décroissance, et $q = 1$ une valeur constante. Ces

conclusions utilisent la positivité ; une raison négative ferait alterner les signes et demande une autre analyse.

Définition | Comprendre la notion

Une suite est géométrique si $u_{n+1} = qu_n$ pour une constante q , sa raison. Dans ces parcours, on étudie surtout les termes positifs et les raisons strictement positives. Alors $u_n = u_0q^n$, ou $u_n = u_pq^{n-p}$ à partir d'un autre rang. Une évolution au taux constant t correspond à $q = 1 + t$. Pour $u_0 > 0$, si $q > 1$, la suite croît ; si $0 < q < 1$, elle décroît ; si $q = 1$, elle est constante. Pour reconnaître une suite géométrique à termes non nuls, compare les quotients de termes consécutifs. Une raison de 1,04 signifie une hausse de 4%.

Exemple | Exemple commenté

Une quantité initiale de 200 diminue de 10 pour cent à chaque étape. Le facteur est $q = 1 - 0,10 = 0,90$. La première étape donne $200 \times 0,9 = 180$, puis la deuxième $180 \times 0,9 = 162$, et la troisième $162 \times 0,9 = 145,8$.

La formule directe retrouve ce résultat : $u_3 = 200 \times 0,9^3 = 200 \times 0,729 = 145,8$. Les diminutions absolues sont 20, puis 18, puis 16,2 ; elles ne sont pas constantes. Ce sont les quotients qui restent égaux à 0,9.

Après trois étapes, le coefficient global est 0,729 : la baisse totale est de 27,1 pour cent, et non de 30 pour cent. Additionner les trois taux ignorerait que chaque baisse porte sur la valeur restante.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une baisse de 8 pour cent correspond au facteur 0,92, pas 0,08. Le facteur multiplicatif représente la part qui reste ; le taux de baisse représente la part perdue.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Une baisse de 8 % correspond à $q =$

1. 0,08
2. 1,08
3. 0,92

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.4 Choisir le modèle d'évolution

Intuition | Construire la notion pas à pas

Lire les mots qui décrivent l'évolution. « Ajouter 40 chaque mois » décrit un écart constant ; « augmenter de 2 pour cent chaque mois » décrit un coefficient constant. Le premier modèle est arithmétique, le second géométrique. Le montant initial est nécessaire dans les deux cas pour obtenir des valeurs.

Tester une famille sur des données. On compare les différences successives pour chercher un modèle arithmétique et les quotients de termes non nuls pour chercher un modèle géométrique. Des données réelles peuvent être bruitées : un modèle approximatif doit être présenté comme tel.

Respecter l'ordre des opérations. « Augmenter puis ajouter » et « ajouter puis augmenter » ne donnent généralement pas le même résultat. Dans la seconde règle, la somme ajoutée bénéficie elle aussi du pourcentage. Écrire la règle avec des parenthèses rend cette différence visible.

Distinguer prévision et certitude. Une règle compatible avec trois observations peut fournir une estimation du terme suivant. Elle n'établit pas que la même évolution continuera. Une prévision doit préciser les hypothèses, la période visée et la manière d'arrondir si la quantité est un effectif.

Définition | Comprendre la notion

Une hausse constante en quantité correspond à une suite arithmétique. Une hausse constante en proportion correspond à une suite géométrique. Quand une proportion et un apport fixe coexistent, le modèle peut être $u_{n+1} = qu_n + b$, qui n'est généralement ni arithmétique ni géométrique. Décrire précisément l'ordre des opérations : ajouter avant ou après une évolution n'est pas équivalent. Les premiers termes servent à vérifier la cohérence de la règle et à discuter les hypothèses : constance du taux, capacité maximale, arrondi, durée d'observation. La prévision est conditionnelle au modèle.

Exemple | Exemple commenté

Deux capitaux commencent à 1 000 euros. Le premier reçoit 50 euros supplémentaires par période : $A_n = 1\,000 + 50n$. Le second augmente de 5 pour cent par période : $B_n = 1\,000 \times 1,05^n$.

Après une période, les deux valent 1 050 euros. Après deux périodes, le premier vaut 1 100 euros, tandis que le second vaut $1\,050 \times 1,05 = 1\,102,50$ euros. L'égalité au premier rang ne rend donc pas les modèles identiques. Pour B, la seconde augmentation porte sur 1 050 euros et vaut 52,50 euros ; pour A, elle reste fixée à 50 euros.

Comparer les modèles demande de préciser la durée et les valeurs initiales ; le seul pourcentage ne suffit pas à décider quelle quantité est la plus grande dans n'importe quelle situation.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Deux premiers termes peuvent convenir à plusieurs familles. Il faut une règle d'évolution ou davantage d'informations, pas seulement une ressemblance numérique, pour justifier le modèle retenu.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$u_{n+1} = u_n + 12$ est une règle. . .

1. Sans valeur initiale nécessaire
2. Géométrie de raison 12
3. Arithmétique

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.5 Calculer des termes et rechercher un seuil

Intuition | Construire la notion pas à pas

Associer une variable à son rôle. Dans un algorithme de suite, u contient la valeur courante et n son rang. L'initialisation doit respecter cette association : si $u_0 = 5$, on commence avec u égal à 5 et n égal à zéro.

Une affectation remplace la valeur. L'instruction « u reçoit $2u$ » utilise l'ancienne valeur de u pour calculer la nouvelle. Exécutée plusieurs fois, elle produit des doublages successifs. Elle ne représente pas une équation qu'il faudrait résoudre.

Choisir le type de boucle. Si le nombre d'étapes est connu, on répète ce nombre de fois. Si l'on cherche un seuil, on répète tant que l'objectif n'est pas atteint. Pour chercher le premier terme $u > 50$, on continue donc tant que $u \leq 50$.

Garder rang et terme synchronisés. À chaque mise à jour du terme, le rang augmente de 1. Une trace avec les deux variables permet de repérer un décalage. Avant une boucle conditionnelle, on vérifie aussi que le seuil pourra être atteint, faute de quoi la boucle pourrait ne jamais se terminer.

Définition | Comprendre la notion

Un algorithme de suite conserve une variable pour le terme courant et une variable pour son rang. Initialise-les avec des valeurs cohérentes, puis applique la règle de passage. Une boucle `for` convient quand le nombre d'étapes est connu. Une boucle `while` convient pour atteindre un seuil, si l'on justifie que ce seuil sera atteint. Attention à l'inégalité : pour le premier terme strictement supérieur à S , continue tant que le terme est inférieur ou égal à S . Un tableau de trace donne les états successifs et permet de vérifier les erreurs de rang.

Exemple | Exemple commenté

Pour $u_0 = 10$ et $u_{n+1} = u_n + 3$, cherchons le premier terme strictement supérieur à 20. On initialise u à 10 et n à 0. Tant que $u \leq 20$, on ajoute 3 à u puis 1 à n .

La trace donne successivement $(n, u) = (0, 10), (1, 13), (2, 16), (3, 19), (4, 22)$. À 19, l'objectif n'est pas atteint et la boucle continue. À 22, la condition $u \leq 20$ devient fausse ; la boucle s'arrête avec n égal à 4.

La valeur affichée n égale à 4 signifie « quatre mises à jour après l'état initial », tandis que u égale à 22 est le terme obtenu. La croissance de la suite et le contrôle $19 \leq 20 < 22$ justifient que ce rang est le premier.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une condition de boucle décrit quand continuer, pas quand s'arrêter. Pour un objectif strict $u > 50$, tester « tant que $u > 50$ » inverse le sens de la recherche.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Pour chercher le premier terme strictement supérieur à 50, on continue tant que...

1. $u < 0$
2. $u > 50$
3. $u \leq 50$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 26](#)

4 Boîte à outils**✂ Méthode | Une suite décrit des étapes**

1. Détermine ce que représentent le rang, le terme et leurs unités éventuelles.
2. Repère le premier rang et la valeur initiale.
3. Pour une formule explicite, remplace seulement le rang; pour une récurrence, calcule les termes successivement.
4. Contrôle le nombre de transitions et traduis le rang dans le contexte temporel.

✂ Méthode | Ajouter toujours la même quantité

1. Calcule une différence « terme suivant moins terme précédent » pour identifier r .
2. Compte les étapes par une différence de rangs.
3. Applique $u_n = u_p + (n - p)r$ en conservant le signe de r .
4. Si r est inconnue, divise la différence des valeurs par la différence des rangs.
5. Contrôle le résultat avec un terme connu et les contraintes du contexte.

✂ Méthode | Multiplier toujours par le même facteur

1. Identifie le facteur multiplicatif q , notamment à partir d'un pourcentage.
2. Compte le nombre de multiplications depuis le rang connu.
3. Applique $u_n = u_p q^{n-p}$; garde la précision jusqu'au dernier calcul.
4. Pour retrouver q , relie les termes connus et utilise les hypothèses de signe.
5. Contrôle un calcul par récurrence et vérifie que la tendance est cohérente.

 Méthode | Choisir le modèle d'évolution

1. Traduis la phrase d'évolution en opération sur le terme courant.
2. Cherche une différence constante ou un quotient constant, sans confondre ces deux tests.
3. Écris la valeur initiale, la récurrence et, si possible, la formule explicite.
4. Calcule une ou deux étapes à la main pour contrôler l'ordre des opérations.
5. Présente une extrapolation comme une prévision conditionnelle et adapte l'arrondi au contexte.

 Méthode | Calculer des termes et rechercher un seuil

1. Initialise le rang et le terme de façon cohérente avec l'énoncé.
2. Choisis une répétition comptée pour un rang fixé, ou une boucle conditionnelle pour un seuil.
3. Formule la condition de continuation comme le contraire de l'objectif.
4. Mets à jour le terme puis son rang à chaque passage, et trace quelques étapes.
5. Vérifie la terminaison et contrôle le dernier terme refusé ainsi que le premier accepté.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Un rang dans une formule ★☆☆

$u_n = 4n + 1$ pour $n \geq 0$. Calcule u_0 et u_5 .

Exercice 2 — Lire une raison ★☆☆

La suite commence par 9, 14, 19, 24. Si elle est arithmétique, quelle est sa raison et quel est le terme suivant ?

Exercice 3 — Une multiplication répétée ★☆☆

$u_0 = 5$ et $q = 2$. Calcule u_1 , u_2 et u_5 .

Exercice 4 — Montant ou pourcentage ★☆☆

Un salaire augmente de 40 euros par mois ; un autre de 2 % par mois. Associe chaque évolution à une famille de suites.

Exercice 5 — Combien d'étapes ? ★☆☆

On initialise $u = 2$ puis on exécute trois fois $u = 2u$. Quelle est la valeur finale ?

Exercice 6 — Avancer pas à pas ★★★

$v_0 = 3$ et $v_{n+1} = 2v_n + 1$. Calcule v_1 , v_2 et v_3 .

Exercice 7 — Un rang initial différent ★★★

$u_1 = 80$ et la raison est -3 . Calcule u_{12} .

Exercice 8 — Une baisse annuelle ★★★

Une machine vaut 8 000 euros puis perd 15 % de sa valeur chaque année. Donne sa valeur après deux ans.

Exercice 9 — L'ordre change le résultat ★★★

À partir de 100, compare « augmenter de 10 %, puis ajouter 20 » et « ajouter 20, puis augmenter de 10 % ».

Exercice 10 — Le premier dépassement ★★★

Pour $u_0 = 5$ et $u_{n+1} = u_n + 4$, trouve le premier rang tel que $u_n > 17$.

Exercice 11 — Quel rang pour quelle date ? ★★★

Un stock vaut 500 unités au début de janvier ; s_n décrit le stock au début du mois situé n mois après janvier. Que représentent s_0 , s_2 et le stock au début de décembre ?

Exercice 12 — Reconstruire la suite ★★★

Une suite arithmétique vérifie $u_3 = 17$ et $u_8 = 37$. Trouve sa raison et u_0 .

Exercice 13 — Retrouver une raison positive ★★ ★

Une suite géométrique positive a $u_2 = 18$ et $u_4 = 162$. Trouve q puis u_0 .

Exercice 14 — Tester une annonce ★★ ★

Une fréquentation est 100, 120, 144 sur trois mois. Propose un modèle simple et prévois le quatrième. Cette prévision est-elle certaine ?

Exercice 15 — Une boucle qui ne finit pas ★★ ★

On part de $u = 100$ et répète $u = 0,5u$ tant que $u < 200$. Pourquoi le test est-il inadapté pour chercher le premier terme inférieur à 10 ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Deux stratégies de progression

Deux ateliers commencent avec 100 participants. A gagne 20 participants par mois ; B augmente de 15 % par mois. Le rang 0 désigne le départ.

1. Écris les récurrences et identifie la nature des deux suites.
2. Donne les formules explicites et les valeurs au rang 3.
3. Compare les valeurs aux rangs 5 et 6. À quel rang parmi ces deux B passe-t-il devant A ?
4. Écris une boucle qui cherche le premier rang strictement positif où B dépasse A.
5. Explique pourquoi le modèle ne peut pas être prolongé sans limite dans une salle de capacité finie.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Remplace seulement le rang n .

Indice 2. Le premier terme porte ici le rang 0.

Exercice 2

Indice 1. Compare deux termes consécutifs.

Indice 2. Ajoute la même différence au dernier terme.

Exercice 3

Indice 1. Le facteur 2 s'applique à chaque étape.

Indice 2. Au rang 5, il y a cinq multiplications par 2.

Exercice 4

Indice 1. Une addition fixe et un pourcentage fixe ne décrivent pas le même modèle.

Indice 2. Traduis $+2\%$ par une multiplication.

Exercice 5

Indice 1. Écris les états successifs.

Indice 2. L'initialisation ne compte pas comme une itération.

Exercice 6

Indice 1. La relation utilise le terme précédent.

Indice 2. Après avoir obtenu 7, il faut le remettre à la place de v_n .

Exercice 7

Indice 1. Compte les écarts de rangs, pas les termes.

Indice 2. Il y a $12 - 1$ additions.

Exercice 8

Indice 1. Le coefficient d'une baisse est $1 - t$.

Indice 2. La deuxième baisse porte sur la nouvelle valeur.

Exercice 9

Indice 1. Écris une expression pour chaque phrase.

Indice 2. Les parenthèses indiquent quelle somme subit le taux.

Exercice 10

Indice 1. Note le rang en face de chaque valeur.

Indice 2. Le mot « strictement » exclut le terme égal à 17.

Exercice 11

Indice 1. Janvier est le rang 0.

Indice 2. Écris les premiers mois avec leurs rangs pour éviter un décalage.

Exercice 12

Indice 1. Le gain total se répartit sur cinq pas.

Indice 2. Une fois r trouvé, remonte trois pas depuis u_3 .

Exercice 13

Indice 1. Entre les rangs 2 et 4, il y a deux multiplications.

Indice 2. Utilise $q > 0$ pour choisir la racine.

Exercice 14

Indice 1. Compare les quotients plutôt que les écarts.

Indice 2. Distingue une règle choisie et un fait futur garanti.

Exercice 15

Indice 1. Le test doit être vrai tant que l'objectif n'est pas atteint.

Indice 2. « Pas encore inférieur à 10 » signifie $u \geq 10$.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La suite est donnée par une formule explicite : on remplace n par chaque rang demandé.

Construire la réponse.

1. Au rang 0, $u_0 = 4 \times 0 + 1 = 0 + 1 = 1$.
2. Au rang 5, $u_5 = 4 \times 5 + 1 = 20 + 1 = 21$. Il n'est pas nécessaire de calculer les termes intermédiaires.

Vérifier. Les termes de rangs 0 à 5 sont 1, 5, 9, 13, 17, 21. Cette liste confirme le calcul et montre que le rang 5 correspond au sixième terme.

Conclure. $u_0 = 1$ et $u_5 = 21$.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'énoncé suppose la suite arithmétique ; on doit trouver son accroissement constant.

Construire la réponse.

1. Les écarts sont $14 - 9 = 5$, $19 - 14 = 5$ et $24 - 19 = 5$. Ils donnent tous la même raison r égale à 5.
2. On poursuit la règle en ajoutant 5 au dernier terme : $24 + 5 = 29$.

Vérifier. Le nouvel écart $29 - 24 = 5$ est identique aux précédents. Cela est cohérent avec l'hypothèse, sans prouver à partir de la seule liste que tous les termes futurs suivront cette règle.

Conclure. La raison est 5 et, sous l'hypothèse arithmétique, le terme suivant est 29.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La raison 2 signifie que l'on double la valeur à chaque passage au rang suivant.

Construire la réponse.

1. $u_1 = 2u_0 = 2 \times 5 = 10$.
2. $u_2 = 2u_1 = 2 \times 10 = 20$.
3. Du rang 0 au rang 5, il y a cinq doublements : $u_5 = 5 \times 2^5 = 5 \times 32 = 160$.

Vérifier. La trace complète est 5, 10, 20, 40, 80, 160 aux rangs 0 à 5. Elle retrouve les trois résultats et vérifie l'exposant.

Conclure. $u_1 = 10$, $u_2 = 20$ et $u_5 = 160$.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Il faut identifier ce qui reste constant à chaque mois : un montant ou un taux.

Construire la réponse.

1. Ajouter 40 euros donne $u_{n+1} = u_n + 40$: la différence $u_{n+1} - u_n$ vaut toujours 40.
2. Augmenter de 2 pour cent donne $v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = 1,02v_n$: le facteur multiplicatif vaut toujours 1,02.

Vérifier. Pour le second salaire, la hausse en euros vaut $0,02v_n$ et dépend du salaire courant. Elle n'est donc pas une somme fixe de 2 euros ni de 40 euros.

Conclure. Le premier salaire suit une suite arithmétique de raison 40 ; le second, une suite géométrique de raison 1,02. Les salaires initiaux sont nécessaires pour comparer leurs montants.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'instruction double la valeur courante trois fois à partir de l'état initial.

Construire la réponse.

1. Initialisation : u vaut 2 au rang 0.
2. Premier passage : $u = 2 \times 2 = 4$, au rang 1.
3. Deuxième passage : $u = 2 \times 4 = 8$, au rang 2.
4. Troisième passage : $u = 2 \times 8 = 16$, au rang 3.

Vérifier. La formule directe $2 \times 2^3 = 16$ retrouve le résultat. L'initialisation n'est pas l'un des trois passages de boucle.

Conclure. La valeur finale est 16 ; elle représente u_3 .

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La relation est récurrente : chaque calcul dépend de la valeur précédente.

Construire la réponse.

1. On part de $v_0 = 3$. Pour obtenir le rang 1 : $v_1 = 2v_0 + 1 = 2 \times 3 + 1 = 7$.
2. On réutilise 7 : $v_2 = 2v_1 + 1 = 2 \times 7 + 1 = 15$.
3. On réutilise 15 : $v_3 = 2v_2 + 1 = 2 \times 15 + 1 = 31$.

Vérifier. On a effectué trois mises à jour depuis le rang 0. Repartir de 3 à chaque ligne donnerait toujours 7 et ne respecterait pas la récurrence.

Conclure. $v_1 = 7$, $v_2 = 15$ et $v_3 = 31$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le premier terme connu est de rang 1 ; atteindre le rang 12 demande onze étapes.

Construire la réponse.

1. On utilise $u_{12} = u_1 + (12 - 1)r$.
2. On remplace les données : $u_{12} = 80 + 11(-3) = 80 - 33 = 47$.

Vérifier. Au rang 2, on aurait 77, et non 74 : ce premier contrôle montre pourquoi il faut onze retraits, pas douze. Depuis 47, remonter onze étapes en ajoutant 3 redonne 80.

Conclure. $u_{12} = 47$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La perte annuelle de 15 pour cent s'applique chaque fois à la valeur au début de l'année.

Construire la réponse.

1. Le coefficient conservé est $1 - 0,15 = 0,85$.
2. Après une année, la machine vaut $8\,000 \times 0,85 = 6\,800$ euros.
3. Après deux années, elle vaut $6\,800 \times 0,85 = 5\,780$ euros. La formule directe est $8\,000 \times 0,85^2$.

Vérifier. La seconde perte vaut $6\,800 \times 0,15 = 1\,020$ euros, inférieure à la première perte de 1 200 euros. Soustraire deux fois 1 200 aurait supposé une perte fixe, différente de l'énoncé.

Conclure. La valeur après deux ans est 5 780 euros selon ce modèle.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On applique les deux opérations dans l'ordre indiqué à partir de la même valeur 100.

Construire la réponse.

1. Première règle : la hausse donne $100 \times 1,10 = 110$, puis l'ajout de 20 donne 130.
2. Seconde règle : l'ajout donne $100 + 20 = 120$, puis la hausse donne $120 \times 1,10 = 132$.
3. L'écart est $132 - 130 = 2$. Dans la seconde règle, les 20 ajoutés subissent eux aussi une hausse de 10 pour cent, soit $20 \times 0,10 = 2$.

Vérifier. Les écritures $100 \times 1,10 + 20$ et $(100 + 20) \times 1,10$ rendent explicites les deux ordres. Développer la seconde montre le supplément $20 \times 1,10$ au lieu de 20.

Conclure. Les résultats sont 130 et 132 ; les deux règles ne sont pas interchangeables.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La recherche porte sur un dépassement strict de 17 et commence au rang zéro.

Construire la réponse.

1. On initialise $(n, u) = (0, 5)$ et on continue tant que $u \leq 17$.
2. Les mises à jour donnent $(1, 9)$, $(2, 13)$, $(3, 17)$ puis $(4, 21)$.
3. À 17, la condition de continuation reste vraie puisque 17 ne dépasse pas strictement 17. À 21, elle devient fausse.

Vérifier. La suite augmente de 4 à chaque passage. Le terme précédent vaut 17 et ne convient pas ; tous les termes antérieurs sont encore plus petits.

Conclure. Le premier rang est 4, avec $u_4 = 21$.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le rang compte les mois écoulés depuis janvier ; il ne désigne pas directement le numéro du mois dans l'année.

Construire la réponse.

1. Au début de janvier, aucun mois ne s'est écoulé : le rang est 0 et $s_0 = 500$.
2. Février est un mois après janvier, donc il correspond à s_1 . Mars est deux mois après janvier : c'est s_2 .
3. De janvier à décembre, il y a onze changements de mois. Le stock de début décembre est donc s_{11} .

Vérifier. Le rang 12 correspondrait au début de janvier de l'année suivante. Sans règle d'évolution, on ne peut pas calculer les valeurs numériques de s_2 ou s_{11} .

Conclure. s_0 est le stock de janvier, s_2 celui de mars et s_{11} celui de décembre.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On connaît la variation totale entre deux rangs d'une suite arithmétique.

Construire la réponse.

1. Entre les rangs 3 et 8, il y a $8 - 3 = 5$ étapes. La valeur augmente de $37 - 17 = 20$.
2. La raison vérifie donc $5r = 20$, d'où $r = 4$.
3. La relation $u_3 = u_0 + 3r$ devient $17 = u_0 + 12$. On soustrait 12 : $u_0 = 5$.

Vérifier. La formule $u_n = 5 + 4n$ donne $u_3 = 5 + 12 = 17$ et $u_8 = 5 + 32 = 37$: elle retrouve les deux données.

Conclure. La raison vaut 4 et le terme initial vaut 5.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Deux transitions séparent les rangs 2 et 4 ; elles multiplient donc la valeur par q^2 .

Construire la réponse.

1. $u_4 = u_2 q^2$ donne $162 = 18q^2$. En divisant par 18, on obtient $q^2 = 9$.
2. Les termes de la suite sont positifs : le quotient de deux termes consécutifs est positif, donc $q > 0$. On retient $q = 3$ et non -3.
3. $u_2 = u_0 q^2$ devient $18 = 9u_0$, donc $u_0 = 2$.

Vérifier. $2 \times 3^2 = 18$ et $2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$. Une raison -3 ferait apparaître des termes négatifs aux rangs impairs, incompatible avec la positivité de la suite.

Conclure. $q = 3$ et $u_0 = 2$.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On recherche un modèle compatible avec trois observations et l'on évalue la portée de la prévision.

Construire la réponse.

1. Les différences sont $120 - 100 = 20$ et $144 - 120 = 24$: elles ne sont pas constantes.
2. Les quotients valent $120/100 = 1,2$ et $144/120 = 1,2$. Un modèle géométrique de raison 1,2 est donc compatible.
3. En poursuivant ce modèle, le quatrième mois donne $144 \times 1,2 = 172,8$, soit environ 173 personnes.

Vérifier. Une fréquentation réelle est entière ; 172,8 est la sortie du modèle avant arrondi. Trois observations ne démontrent pas la stabilité future du taux.

Conclure. La prévision est d'environ 173 personnes, sous l'hypothèse d'une hausse maintenue de 20 pour cent.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le test doit exprimer le fait que le terme n'est pas encore inférieur à 10.

Construire la réponse.

1. Avec u initialement égal à 100, le test $u < 200$ est vrai.
2. Multiplier par 0,5 diminue la valeur positive : elle reste toujours inférieure à 200. Le test proposé ne devient donc jamais faux en arithmétique exacte.
3. Pour chercher $u < 10$, il faut continuer tant que $u \geq 10$.
4. La trace corrigée donne 100, 50, 25, 12,5, 6,25 aux rangs 0 à 4. La première valeur strictement inférieure à 10 apparaît au rang 4.

Vérifier. Au rang 3, 12,5 ne convient pas ; au rang 4, 6,25 convient. Même un éventuel arrondi informatique vers zéro ne rendrait pas le test erroné $u < 200$ faux.

Conclure. Le bon test est « tant que $u \geq 10$ » ; la boucle corrigée s'arrête au rang 4.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Les deux règles ne portent pas sur le même type d'accroissement.

Construire la réponse.

(a) L'atelier A ajoute toujours 20 : $a_0 = 100$ et $a_{n+1} = a_n + 20$.

(b) L'atelier B augmente de 15 % de sa valeur actuelle : $b_0 = 100$ et $b_{n+1} = 1,15b_n$.

Vérifier. La première règle conserve les différences ; la seconde conserve les quotients. Les deux partent bien du même effectif.

Conclure. A suit une suite arithmétique de raison 20 ; B une suite géométrique de raison 1,15.

2. **Comprendre la question.** Le rang zéro représente le départ : il y a n évolutions pour atteindre le rang n .

Construire la réponse.

(a) Les formules sont $a_n = 100 + 20n$ et $b_n = 100 \times 1,15^n$.

(b) Au rang 3, $a_3 = 100 + 60 = 160$.

(c) $b_3 = 100 \times 1,520875 = 152,0875$.

Vérifier. Au rang zéro, les deux formules redonnent 100. Les décimales du second modèle représentent une prévision, pas une fraction observée de participant.

Conclure. Au rang 3, A prévoit 160 participants et B environ 152.

3. **Comprendre la question.** Il faut calculer les deux valeurs au même rang pour comparer les stratégies.

Construire la réponse.

(a) Au rang 5, $a_5 = 200$ et $b_5 \approx 201,136$: B est déjà supérieur.

(b) Au rang 6, $a_6 = 220$ et $b_6 \approx 231,306$: B reste supérieur.

(c) Pour contrôler les rangs précédents, A vaut 120, 140, 160 et 180 aux rangs 1 à 4 ; B vaut 115, 132,25, 152,0875 et 174,900625.

Vérifier. A reste devant sur chacun des quatre premiers rangs strictement positifs. Le contrôle ne se limite donc pas à une supposition sur le seul rang 4.

Conclure. B dépasse A pour la première fois au rang 5.

4. **Comprendre la question.** La boucle compare deux suites et s'arrête au premier dépassement strict.

Construire la réponse.

(a)

```
1 n, a, b = 1, 120, 115
2 while b <= a:
3     n += 1
4     a += 20
5     b *= 1.15
```

(b) On initialise au rang 1 car on cherche un rang strictement positif. Les variables a et b doivent toujours correspondre au même rang n .

(c) La condition b inférieure ou égale à a signifie que le dépassement strict n'a pas encore eu lieu. Après chaque tour, les deux valeurs avancent d'un rang.

Vérifier. La trace produit les comparaisons précédentes et s'arrête en n égal à 5, avec B supérieur à A.

Conclure. La boucle trouve le rang 5 ; elle doit être utilisée avec des hypothèses où le dépassement est effectivement possible.

5. **Comprendre la question.** Les suites prolongent une règle mathématique, tandis qu'une salle possède une capacité finie.

Construire la réponse.

- (a) Les formules font croître les effectifs sans intégrer automatiquement une limite de places.
- (b) Dès qu'une prévision dépasse la capacité, le modèle doit être modifié ou son utilisation arrêtée.
- (c) Même avant cette limite, le recrutement et la demande peuvent ne pas conserver les règles supposées.

Vérifier. Un bon calcul à partir d'une hypothèse ne constitue pas une validation de cette hypothèse pour une durée illimitée.

Conclure. La comparaison est valable dans la plage où les règles et les capacités restent réalistes.

10 Variante autonome et bilan

Compare sur trois périodes un départ de 80 avec un ajout de 12 ou une hausse de 10 % par période.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 26](#)

- Je peux expliquer : une suite décrit des étapes.
- Je peux expliquer : ajouter toujours la même quantité.
- Je peux expliquer : multiplier toujours par le même facteur.
- Je peux expliquer : choisir le modèle d'évolution.
- Je peux expliquer : calculer des termes et rechercher un seuil.

11 Fiche-mémoire

Une suite décrit des étapes.

1. Détermine ce que représentent le rang, le terme et leurs unités éventuelles.
2. Repère le premier rang et la valeur initiale.
3. Pour une formule explicite, remplace seulement le rang ; pour une récurrence, calcule les termes successivement.
4. Contrôle le nombre de transitions et traduis le rang dans le contexte temporel.

Ajouter toujours la même quantité.

1. Calcule une différence « terme suivant moins terme précédent » pour identifier r .
2. Compte les étapes par une différence de rangs.
3. Applique $u_n = u_p + (n - p)r$ en conservant le signe de r .
4. Si r est inconnue, divise la différence des valeurs par la différence des rangs.
5. Contrôle le résultat avec un terme connu et les contraintes du contexte.

Multiplier toujours par le même facteur.

1. Identifie le facteur multiplicatif q , notamment à partir d'un pourcentage.
2. Compte le nombre de multiplications depuis le rang connu.
3. Applique $u_n = u_p q^{n-p}$; garde la précision jusqu'au dernier calcul.
4. Pour retrouver q , relie les termes connus et utilise les hypothèses de signe.
5. Contrôle un calcul par récurrence et vérifie que la tendance est cohérente.

Choisir le modèle d'évolution.

1. Traduis la phrase d'évolution en opération sur le terme courant.
2. Cherche une différence constante ou un quotient constant, sans confondre ces deux tests.
3. Écris la valeur initiale, la récurrence et, si possible, la formule explicite.
4. Calcule une ou deux étapes à la main pour contrôler l'ordre des opérations.
5. Présente une extrapolation comme une prévision conditionnelle et adapte l'arrondi au contexte.

Calculer des termes et rechercher un seuil.

1. Initialise le rang et le terme de façon cohérente avec l'énoncé.
2. Choisis une répétition comptée pour un rang fixé, ou une boucle conditionnelle pour un seuil.
3. Formule la condition de continuation comme le contraire de l'objectif.
4. Mets à jour le terme puis son rang à chaque passage, et trace quelques étapes.
5. Vérifie la terminaison et contrôle le dernier terme refusé ainsi que le premier accepté.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La formule donnée est explicite : remplace n par 3.

Indice 2 — Un pas de plus.

Calcule le produit avant l'addition.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Du rang 0 au rang 4, on ajoute quatre fois la raison.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écris $u_4 = u_0 + 4r$.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Après une baisse de 8 pour cent, on conserve 92 pour cent.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écris ce pourcentage sous forme décimale.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Observe l'opération qui transforme le terme courant.

Indice 2 — Un pas de plus.

La quantité 12 est ajoutée et non multipliée.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

La boucle doit continuer tant que le dépassement strict n'a pas eu lieu.

Indice 2 — Un pas de plus.

Le contraire de $u > 50$ est $u \leq 50$.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$u_3 = 2 \times 3 + 5 = 6 + 5 = 11$. Le rang vaut 3 et le terme vaut 11.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$u_4 = 7 + 4 \times 3 = 19$. Multiplier 7 par 4 correspondrait à une autre opération.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$q = 1 - 0,08 = 0,92$. Multiplier par 0,08 conserverait seulement 8 pour cent de la valeur.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$u_{n+1} - u_n = 12$: il s'agit d'une suite arithmétique de raison 12. Une valeur initiale reste nécessaire pour calculer ses termes.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

On continue tant que $u \leq 50$; une valeur égale à 50 ne suffit pas à arrêter la recherche.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. On compare une progression additive à une progression multiplicative sur trois périodes.

Construire la réponse.

1. Le départ au rang zéro vaut 80. Les modèles sont $a_n = 80 + 12n$ et $b_n = 80 \times 1,1^n$.
2. Les trois premières valeurs après le départ sont 92, 104, 116 pour A et 88, 96,8, 106,48 pour B.
3. Au rang 3, l'écart vaut $116 - 106,48 = 9,52$.

Vérifier. Les deux modèles redonnent 80 au départ. La comparaison des trois rangs ne démontre pas une supériorité pour tous les rangs futurs.

Conclure. Sur ces trois périodes, l'ajout fixe donne les valeurs les plus élevées ; au rang 3, les prévisions sont 116 et 106,48.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)