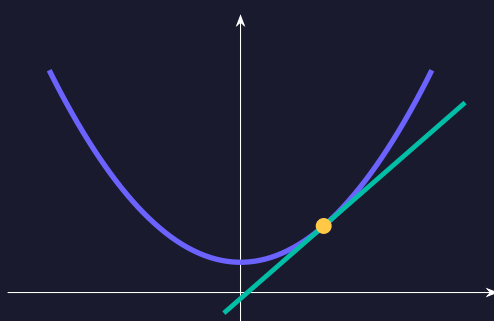


Fonctions et second degré

Analyse ■ Comprendre et s'entraîner



Comprendre Calculer Vérifier

Première STMG et STI2D — commun
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Variable, image et antécédent	3
3.2	Reconnaître et déterminer une fonction affine	4
3.3	Reconnaître une parabole et ses racines	6
3.4	Étudier le signe d'un produit	7
3.5	Modéliser avec le second degré	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	23
11	Fiche-mémoire	23
12	Indices des pauses et des preuves	24
13	Explications des pauses et des preuves	26

1 Pourquoi ce chapitre ?

Un résultat quadratique peut augmenter puis diminuer. Tu vas distinguer ses seuils, son signe et sa meilleure valeur réalisable. **Ton parcours.** Enseignement commun de mathématiques pour les séries STMG et STI2D. Les situations de gestion et les situations techniques mobilisent ici les mêmes notions du programme.

- Variable, image et antécédent.
- Reconnaître et déterminer une fonction affine.
- Reconnaître une parabole et ses racines.
- Étudier le signe d'un produit.
- Modéliser avec le second degré.

2 L'idée avant la formule

La forme factorisée montre les zéros. Une écriture centrée sur le sommet montre la meilleure valeur. Les deux décrivent la même courbe.

3 Le cours formel

3.1 Variable, image et antécédent

Intuition | Construire la notion pas à pas

Identifier une entrée et une sortie. Une machine de calcul reçoit un nombre, lui applique une règle et produit un résultat. Pour la règle « mettre au carré puis ajouter 1 », l'entrée 2 donne 5. La notation $f(2) = 5$ signifie exactement cela : 2 est une entrée, 5 est sa sortie.

Une même sortie peut venir de plusieurs entrées. L'entrée -2 donne elle aussi $(-2)^2 + 1 = 5$. Il n'y a pas de contradiction : une fonction exige une seule sortie pour chaque entrée autorisée, mais n'exige pas que toutes les sorties soient différentes.

La question fixe le sens du travail. Chercher l'image de 2 signifie que l'entrée est donnée : on calcule. Chercher les antécédents de 5 signifie que la sortie est donnée : on cherche toutes les entrées capables de la produire. On écrit alors une équation.

Le domaine fait partie de la fonction. Pour une durée entre zéro et six heures, on ne peut pas retenir une solution à sept heures. Une formule algébrique peut avoir un sens au-delà du contexte ; la fonction étudiée reste limitée aux entrées autorisées. On contrôle donc le domaine avant de calculer et après avoir résolu.

Définition | Comprendre la notion

Une fonction associe à chaque nombre x de son domaine une unique image $f(x)$. Le domaine indique les valeurs autorisées : une durée peut être positive ; un dénominateur ne peut être nul. Calculer une image consiste à remplacer x dans la formule. Chercher les antécédents de y consiste à résoudre $f(x) = y$ dans le domaine : il peut y avoir aucune, une ou plusieurs solutions. Le point $(x; y)$ appartient à la courbe exactement lorsque $y = f(x)$. Une table de valeurs donne des points de la courbe ; elle ne décrit pas à elle seule tous les nombres du domaine.

 Exemple | Exemple commenté

Étutions $f(x) = x^2 + 1$ pour $x \in [-3; 3]$.

1. Pour l'image de -2, on vérifie d'abord que $-2 \in [-3; 3]$. On remplace x par -2 avec des parenthèses : $f(-2) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$.
2. Pour les antécédents de 5, on écrit $x^2 + 1 = 5$. Soustraire 1 donne $x^2 = 4$. Deux nombres conviennent dans les réels : -2 et 2, car leurs carrés valent 4.
3. On vérifie le domaine : -2 et 2 appartiennent tous deux à $[-3; 3]$. Ils sont donc tous deux des antécédents de 5 pour cette fonction.
4. Pour les antécédents de 0, l'équation serait $x^2 = -1$. Or un carré réel est positif ou nul. Cette équation n'a donc aucune solution réelle.

Traduction sur la courbe. L'égalité $f(-2) = 5$ signifie que le point $(-2; 5)$ est sur la courbe. La même sortie 5 correspond aussi au point $(2; 5)$. Pour retrouver des antécédents, on cherche les abscisses des points de hauteur 5.

 Attention | Comprendre une erreur fréquente

L'image et l'antécédent ne sont pas interchangeables. Si $f(2) = 5$, cela ne permet pas d'affirmer $f(5) = 2$. Le premier nombre est l'entrée et le second la sortie ; inverser la question demande un nouveau raisonnement.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $f(x) = 3x - 1$, l'image de 2 est...

1. 5
2. 7
3. 2

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.2 Reconnaître et déterminer une fonction affine

 Intuition | Construire la notion pas à pas

Reconnaître une variation régulière. Un forfait de location peut coûter 7 euros fixes puis 4 euros par heure. Chaque heure supplémentaire ajoute toujours le même montant. Cette constance des écarts caractérise une fonction affine, écrite $f(x) = ax + b$.

Donner un sens aux coefficients. Le terme b est la valeur de départ, car remplacer x par zéro annule le produit ax . Le coefficient a mesure la variation de la sortie pour une unité d'entrée. Dans un tarif, son unité peut être euro par heure ; dans un réservoir, litre par minute.

Retrouver la pente à partir de deux observations. Entre les entrées x_1 et x_2 , la sortie change de $f(x_2) - f(x_1)$. Cette variation s'étale sur $x_2 - x_1$ unités d'entrée. Leur quotient donne le changement pour une unité, donc a . Il faut deux abscisses distinctes pour ne pas diviser par zéro.

Relier formule et courbe. Une pente positive fait monter la droite quand on va vers la droite ; une pente négative la fait descendre. Si b est nul, la droite passe par l'origine et la fonction modélise

une proportionnalité. Un coût fixe non nul rompt cette proportionnalité, même si la courbe reste une droite.

Définition | Comprendre la notion

Une fonction affine s'écrit $f(x) = ax + b$. Sa courbe est une droite ; $b = f(0)$ est l'ordonnée à l'origine et a est le coefficient directeur. Entre deux abscisses distinctes, $a = (f(x_2) - f(x_1)) / (x_2 - x_1)$. C'est un taux de variation constant, avec une unité « unité de sortie par unité d'entrée ». Si $a > 0$, la fonction croît ; si $a < 0$, elle décroît ; si $a = 0$, elle est constante. Lorsque $b = 0$, elle est linéaire et modélise une proportionnalité. Deux droites affines sont parallèles lorsqu'elles ont le même coefficient directeur.

Exemple | Exemple commenté

Déterminer la fonction affine passant par (2; 9) et (5; 18).

1. On cherche une écriture $f(x) = ax + b$. L'écart des abscisses est $5 - 2 = 3$; l'écart des ordonnées est $18 - 9 = 9$.
2. La variation de sortie par unité d'entrée est donc $a = 9/3 = 3$.
3. Le premier point appartient à la droite : $9 = 3 \times 2 + b$. On calcule $3 \times 2 = 6$, puis on soustrait 6 : $b = 3$.
4. La fonction est donc $f(x) = 3x + 3$.

Contrôle avec l'autre point. $f(5) = 3 \times 5 + 3 = 15 + 3 = 18$. Les deux observations sont retrouvées. Cette vérification indépendante est utile, car calculer b avec le même point que celui utilisé pour le vérifier pourrait masquer une erreur sur la pente.

Interprétation. Quand x augmente de 1, l'image augmente de 3. L'image de zéro vaut 3, et non 9 : 9 est l'image de 2. La fonction est strictement croissante parce que sa pente est positive.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

La pente n'est pas une ordonnée. Pour la retrouver, il faut diviser une variation verticale par une variation horizontale. Oublier le dénominateur donnerait une pente correcte seulement si l'écart des abscisses valait exactement un.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

La pente de la droite par (1; 3) et (3; 11) est...

1. 2
2. 4
3. 8

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.3 Reconnaître une parabole et ses racines**🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas**

Reconnaître le second degré. Une expression $ax^2 + bx + c$ est du second degré si $a \neq 0$. Sa courbe est une parabole. Une racine est une valeur de x qui annule l'expression : graphiquement, c'est une abscisse où la parabole rencontre l'axe horizontal.

Pourquoi la factorisation aide. Lorsque l'expression s'écrit $a(x - r_1)(x - r_2)$, le produit vaut zéro dès qu'un facteur vaut zéro. Comme a n'est pas nul, les racines sont r_1 et r_2 . Si ces deux nombres sont égaux, on obtient une racine double : la parabole touche l'axe sans le traverser.

Choisir la forme qui répond à la question. La forme développée donne directement le coefficient de x^2 et l'image de zéro. La forme factorisée donne directement les racines et facilite le signe. Passer de l'une à l'autre ne change pas la fonction ; cela rend seulement certaines informations plus visibles.

Exploiter la symétrie. Deux racines distinctes sont à la même distance de l'axe de la parabole. Cet axe a donc pour abscisse leur moyenne $(r_1 + r_2)/2$. Calculer l'image de cette moyenne donne l'ordonnée du sommet. Une formule générale de résolution n'est pas nécessaire lorsqu'une factorisation est disponible.

📖 Définition | Comprendre la notion

Un polynôme du second degré s'écrit $ax^2 + bx + c$ avec $a \neq 0$. Sa courbe est une parabole ; $c = f(0)$ est l'ordonnée à l'origine. Une racine est un réel dont l'image est nulle. La forme $a(x - r_1)(x - r_2)$ rend les racines visibles : r_1 et r_2 , qui peuvent être égales. Si deux racines sont connues, leur moyenne $(r_1 + r_2)/2$ donne l'abscisse du sommet. Si elles ne sont pas connues, on peut les rechercher graphiquement ou avec un solveur. Le calcul par discriminant n'est pas attendu de ce parcours. Une parabole peut couper l'axe horizontal deux fois, une seule fois ou aucune fois.

💡 Exemple | Exemple commenté

Pour $f(x) = 2(x - 1)(x - 5)$, le facteur constant 2 n'est jamais nul. Le produit s'annule si $x - 1 = 0$ ou $x - 5 = 0$: les racines sont donc 1 et 5. L'axe de symétrie se situe au milieu : $x = (1 + 5)/2 = 3$. Au sommet, $f(3) = 2(3 - 1)(3 - 5) = 2 \times 2 \times (-2) = -8$. Le coefficient du carré vaut 2, positif : la parabole est tournée vers le haut et le sommet correspond à son minimum. Pour obtenir l'image de zéro, on peut garder la forme factorisée : $f(0) = 2(-1)(-5) = 10$. En développant, $(x - 1)(x - 5) = x^2 - 6x + 5$, donc $f(x) = 2x^2 - 12x + 10$. La valeur constante 10 confirme le calcul de $f(0)$; remplacer x par 1 ou par 5 dans cette forme doit redonner zéro.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une racine -2 correspond à un facteur $x + 2$, et non $x - 2$. Le contrôle le plus simple consiste à remplacer x par la racine : le facteur choisi doit alors devenir zéro.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Les racines de $(x + 1)(x - 6)$ sont...

1. -1 et 6
2. 1 et 6
3. -1 et -6

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.4 Étudier le signe d'un produit**🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas**

Partir du signe des facteurs. Un produit de deux nombres de même signe est positif ; un produit de deux nombres de signes contraires est négatif. La forme $a(x - r_1)(x - r_2)$ permet d'utiliser cette règle intervalle par intervalle.

Les racines découpent la droite. Si $r_1 < r_2$, à gauche de r_1 les deux facteurs variables sont négatifs ; entre les racines, le premier est positif et le second négatif ; à droite, ils sont tous deux positifs. Le produit des deux facteurs est donc positif, négatif, positif. On tient ensuite compte du signe de a .

Traiter les zéros à part. Aux racines, le produit vaut zéro. Ces valeurs conviennent à une condition ≥ 0 ou ≤ 0 , mais jamais à une condition > 0 ou < 0 . Le choix des crochets traduit exactement cette différence.

Une racine double ne change pas le signe. Dans $a(x - r)^2$, le carré reste positif de chaque côté de r et s'annule seulement en r . Le signe de l'expression hors de r est donc celui de a . On ne doit pas alterner automatiquement les signes à chaque racine.

📖 Définition | Comprendre la notion

Le signe d'un produit s'obtient en combinant les signes de ses facteurs. Deux facteurs de même signe donnent un produit positif ; de signes opposés, un produit négatif. Pour $a(x - r_1)(x - r_2)$ avec $r_1 < r_2$, le signe est celui de a à l'extérieur des racines et le signe opposé entre elles. Aux racines, la valeur est nulle. Si la racine est double, $a(x - r)^2$ garde le signe de a sauf en r , où il vaut 0. Pour une inéquation, écris les intervalles et décide séparément si les racines doivent être incluses.

💡 Exemple | Exemple commenté

Étudions $f(x) = -2(x - 1)(x - 4)$. Si $x < 1$, les deux facteurs variables sont négatifs, leur produit est positif, puis la multiplication par -2 donne un résultat négatif. Pour $1 < x < 4$, les facteurs sont de signes opposés ; leur produit négatif, multiplié par -2 , devient positif. Pour $x > 4$, le résultat redevient négatif.

Aux deux bornes, $f(1) = f(4) = 0$. La condition $f(x) \geq 0$ est donc satisfaite entre les racines, bornes comprises : $[1; 4]$. Pour la condition stricte $f(x) > 0$, la réponse serait $]1; 4[$. En prenant x égal à 2, on obtient $-2 \times 1 \times (-2) = 4 > 0$, ce qui contrôle le signe dans la portion centrale.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Le signe du coefficient dominant est indispensable. $(x - 1)(x - 4)$ et $-2(x - 1)(x - 4)$ ont les mêmes racines, mais des signes opposés partout ailleurs.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$(x - 1)(x - 5) < 0$ pour...

1. $x < 1$ ou $x > 5$
2. $1 < x < 5$
3. Tout réel x

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.5 Modéliser avec le second degré

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Comprendre l'apparition du carré. Une aire est un produit de deux longueurs. Si ces deux longueurs dépendent de x , leur produit peut contenir x^2 . Une recette peut également multiplier une quantité vendue par un prix dépendant de cette quantité. Le second degré naît alors du modèle, pas d'une formule choisie au hasard.

Définir le domaine avant d'optimiser. Les longueurs doivent être positives ; une quantité produite peut être limitée par la capacité d'une machine. Un sommet de parabole situé hors de ces contraintes n'est pas une solution réalisable.

Relier sommet et objectif. Une parabole de coefficient dominant négatif monte puis descend : son sommet donne un maximum sur les réels. Avec un coefficient positif, le sommet donne un minimum. Sur un intervalle imposé, on étudie seulement la partie autorisée et on compare aussi les bornes.

Rendre le résultat interprétable. Un optimum doit préciser la valeur de x qui le réalise et la valeur maximale ou minimale obtenue, avec leurs unités différentes. Si x est une longueur en centimètres, une aire s'exprime en centimètres carrés. Si le modèle est approximatif, l'optimum est celui du modèle, sous ses hypothèses.

📖 Définition | Comprendre la notion

Un produit de deux grandeurs qui varient avec x conduit souvent au second degré : aire, recette, énergie ou distance modélisée. Définis le domaine à partir du contexte avant d'étudier la parabole. La symétrie permet de repérer le sommet lorsque deux valeurs symétriques ou les racines sont connues. Si $a > 0$, le sommet donne un minimum ; si $a < 0$, un maximum. Sur un domaine restreint, vérifie

que le sommet y appartient et compare aussi les bornes. Le modèle décrit les hypothèses données ; il ne prouve pas à lui seul qu'une prévision commerciale ou technique se réalisera.

Exemple | Exemple commenté

Un rectangle de périmètre 20 mètres a des côtés x et y vérifiant $2x + 2y = 20$. Diviser par 2 donne $x + y = 10$, puis $y = 10 - x$. Pour que les côtés soient strictement positifs, il faut $0 < x < 10$. L'aire est $A(x) = x(10 - x) = 10x - x^2$. On peut écrire $A(x) = 25 - (x - 5)^2$, car le développement redonne $25 - x^2 + 10x - 25 = 10x - x^2$. Un carré étant positif ou nul, $A(x) \leq 25$. L'égalité est obtenue pour $x = 5$, qui appartient bien au domaine ; l'autre côté vaut alors 5.

Le maximum vaut donc 25 mètres carrés pour un carré de côté 5 mètres. Le contrôle du périmètre donne $4 \times 5 = 20$ mètres. Ce contrôle vérifie que l'optimum respecte la contrainte initiale.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Le sommet donne un optimum sur les réels, mais il peut être hors du domaine du problème. Une réponse numérique plus grande n'est pas meilleure si elle exige une longueur ou une production non autorisée.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Une parabole de racines 2 et 8 a son axe en...

1. $x = 5$
2. $x = 10$
3. $x = 6$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 26](#)

4 Boîte à outils

Méthode | Variable, image et antécédent

1. Distingue l'entrée x , la sortie $f(x)$ et le domaine autorisé.
2. Pour une image, remplace x par le nombre donné, avec des parenthèses s'il est négatif, puis respecte les priorités.
3. Pour des antécédents, écris $f(x) = y$ et résous cette équation pour toutes les valeurs possibles.
4. Écarte les solutions hors du domaine et vérifie celles qui restent dans la formule initiale.
5. Pour un point $(a; b)$, contrôle à la fois que a est autorisé et que $f(a) = b$.

Méthode | Reconnaître et déterminer une fonction affine

1. Identifie le modèle affine $ax + b$ et le domaine pertinent.

2. À partir de deux points, calcule la différence des ordonnées divisée par celle des abscisses, dans le même ordre.
3. Remplace ensuite x et son image par les coordonnées d'un point pour retrouver b .
4. Contrôle avec le second point. Interprète la pente, sa dimension et la valeur à l'origine.
5. Limite le modèle lorsque le contexte impose un stock positif, une durée ou une capacité.

✂ Méthode | Reconnaître une parabole et ses racines

1. Vérifie que le coefficient du carré est non nul.
2. Utilise la forme factorisée et la règle du produit nul pour rechercher les racines.
3. Contrôle le signe des nombres : $x + 2 = x - (-2)$ correspond à la racine -2 .
4. Pour construire une expression, conserve le coefficient a ; développe seulement si cela est demandé.
5. Vérifie les racines par substitution et utilise leur moyenne pour l'axe de symétrie.

✂ Méthode | Étudier le signe d'un produit

1. Factorise si nécessaire et range les racines dans l'ordre croissant.
2. Détermine le signe de chaque facteur sur chaque intervalle, y compris le coefficient constant.
3. Multiplie les signes et place zéro aux racines.
4. Sélectionne les portions demandées, puis inclus ou exclus les racines selon le caractère large ou strict.

✂ Méthode | Modéliser avec le second degré

1. Définis x , son unité et les contraintes avant d'écrire la fonction.
2. Exprime les autres quantités en fonction de x puis construis l'aire, la recette ou le bénéfice.
3. Repère le sommet et le sens des variations à partir d'une forme adaptée.
4. Vérifie si le sommet est autorisé ; sinon, compare les valeurs aux limites permises.
5. Donne la valeur de x et la valeur optimale avec leurs unités, puis contrôle les contraintes.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Calculer une image ★☆☆

Pour $f(x) = 2x^2 - 3$ sur $\mathbb{R}$, calcule $f(-2)$ et $f(0)$.

Exercice 2 — Reconnaître les coefficients ★☆☆

Pour $f(x) = -4x + 7$, donne la pente, l'ordonnée à l'origine et le sens de variation.

Exercice 3 — Lire les racines ★☆☆

Donne les racines de $f(x) = 3(x + 2)(x - 4)$.

Exercice 4 — Un signe en un point ★☆☆

Sans développer, détermine le signe de $(3 - 1)(3 - 5)$.

Exercice 5 — Construire une aire ★☆☆

Un rectangle a pour côtés x et $8 - x$, en cm. Écris l'aire et son domaine pour un rectangle non aplati.

Exercice 6 — Plusieurs antécédents ★★☆☆

Pour $g(x) = x^2$ sur $[-2; 4]$, trouve les antécédents de 9.

Exercice 7 — Construire un modèle ★★★☆☆

Une fonction affine vérifie $f(1) = 5$ et $f(4) = 11$. Détermine-la.

Exercice 8 — Retrouver la forme factorisée ★★★☆☆

Un polynôme a pour racines 2 et 5 et pour coefficient de x^2 le nombre -2 . Écris sa forme factorisée puis développée.

Exercice 9 — Une inéquation factorisée ★★★☆☆

Résous $(x + 2)(x - 3) \leq 0$.

Exercice 10 — Trouver un sommet par symétrie ★★★☆☆

Un bénéfice est $B(x) = -2(x - 10)(x - 30)$ pour $x \in [0; 40]$. Pour quelle valeur est-il maximal ? Quelle est cette valeur ?

Exercice 11 — Vérifier un point et une contrainte ★★★★★

Une hauteur suit $h(t) = 5t + 2$ pour $t \in [0; 6]$. Le point $(4; 22)$ appartient-il à sa courbe ? La hauteur 37 est-elle atteinte sur cet intervalle ?

Exercice 12 — Une pente en situation ★★★★★

Un réservoir contient 180 L et perd 12 L par minute, à débit constant. Modélise le volume et précise la durée de validité du modèle.

Exercice 13 — Tester et exploiter une racine ★★ ★

Pour $f(x) = x^2 - 7x + 12$, vérifie que 3 est une racine puis factorise et trouve l'autre racine.

Exercice 14 — Une racine double ★★ ★

Résous $-3(x - 2)^2 \geq 0$, puis $-3(x - 2)^2 > 0$.

Exercice 15 — Un domaine limité ★★ ★

$A(x) = x(12 - x)$ décrit une surface, mais la fabrication impose $2 \leq x \leq 4$. Où est le maximum autorisé ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Taille d'un événement

Une association modélise son résultat en centaines d'euros selon x dizaines d'inscriptions. $B(x) = -(x - 2)(x - 10)$ sur $[0; 12]$.

1. Développe B et trouve ses zéros sans discriminant.
2. Étudie le signe de B et interprète sa zone positive.
3. Vérifie $B(x) = 16 - (x - 6)^2$ et déduis les variations.
4. Trouve le maximum et la quantité entière à retenir.
5. Calcule $B(0)$ et $B(12)$. Pourquoi ne peut-on pas promettre un résultat positif pour toute quantité ?

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Utilise des parenthèses autour d'un nombre négatif.

Indice 2. $(-2)^2 = 4$, pas -4 .

Exercice 2

Indice 1. Compare à la forme $ax + b$.

Indice 2. Le signe de a donne les variations.

Exercice 3

Indice 1. Une racine annule un facteur.

Indice 2. $x + 2 = 0$ donne $x = -2$.

Exercice 4

Indice 1. Calcule ou repère le signe de chaque facteur.

Indice 2. Un positif multiplié par un négatif donne un négatif.

Exercice 5

Indice 1. L'aire est le produit des côtés.

Indice 2. Les deux côtés doivent être positifs.

Exercice 6

Indice 1. Résous d'abord l'équation dans les réels.

Indice 2. Élimine ensuite toute solution hors du domaine.

Exercice 7

Indice 1. Calcule d'abord le taux de variation.

Indice 2. Une fois a trouvé, utilise $f(1) = 5$.

Exercice 8

Indice 1. Place chaque racine dans un facteur $x - r$.

Indice 2. Développe les deux parenthèses avant de multiplier par -2 .

Exercice 9

Indice 1. Place -2 et 3 sur un axe.

Indice 2. Le produit est négatif quand les facteurs sont de signes opposés.

Exercice 10

Indice 1. Le sommet est à mi-chemin des racines.

Indice 2. Le signe négatif du coefficient indique un maximum.

Exercice 11

Indice 1. Pour le point, compare son ordonnée à $h(4)$.

Indice 2. Pour la hauteur, résous puis vérifie l'intervalle.

Exercice 12

Indice 1. Le volume initial est l'ordonnée à l'origine.

Indice 2. Résous $180 - 12t \geq 0$ pour délimiter le modèle.

Exercice 13

Indice 1. Après la vérification, écris $(x - 3)(x - r)$.

Indice 2. Compare le terme constant et contrôle le coefficient de x .

Exercice 14

Indice 1. Un carré ne peut pas être négatif.

Indice 2. Distingue l'égalité à zéro et la positivité stricte.

Exercice 15

Indice 1. Le sommet peut être hors du domaine autorisé.

Indice 2. Sur $[2; 4]$, on reste avant l'abscisse 6 du sommet.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On connaît les entrées -2 et 0. On doit calculer leurs images, pas chercher les antécédents de ces nombres.

Construire la réponse.

1. La fonction est définie sur tous les réels : les deux entrées sont autorisées.
2. Pour -2, on écrit $f(-2) = 2(-2)^2 - 3$. Le carré du nombre négatif vaut $(-2)(-2) = 4$.
3. On poursuit dans l'ordre : $2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5$.
4. Pour zéro, $f(0) = 2 \times 0^2 - 3 = 0 - 3 = -3$.

Vérifier. Le calcul de $f(2)$ donne aussi 5, cohérent avec le fait que 2 et -2 ont le même carré. Le coefficient 2 multiplie le carré ; il ne fait pas partie de la base élevée au carré.

Conclure. $f(-2) = 5$ et $f(0) = -3$.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On compare $f(x) = -4x + 7$ à la forme générale $ax + b$.

Construire la réponse.

1. Le coefficient de x est -4 : la pente a vaut donc -4.
2. Le terme constant est 7 : l'ordonnée à l'origine b vaut 7. En effet $f(0) = -4 \times 0 + 7 = 7$.
3. La pente est strictement négative. Lorsque x augmente, l'image diminue ; la fonction est strictement décroissante sur les réels.

Vérifier. Pour x égal à 1, $f(1) = 3$, soit quatre unités de moins que $f(0) = 7$. Plus généralement, $f(x+1) - f(x) = -4$, ce qui confirme la pente.

Conclure. La pente est -4, l'ordonnée à l'origine 7, et la fonction est décroissante.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le produit $3(x+2)(x-4)$ est nul si l'un des deux facteurs variables est nul.

Construire la réponse.

1. Le nombre 3 n'est pas nul ; il ne fournit aucune solution.
2. $x + 2 = 0$ donne $x = -2$ en soustrayant 2.
3. $x - 4 = 0$ donne $x = 4$ en ajoutant 4. Ces deux cas épuisent la règle du produit nul.

Vérifier. Pour -2, le facteur $x + 2$ vaut zéro ; pour 4, c'est $x - 4$ qui vaut zéro. Dans les deux cas, le produit complet vaut zéro.

Conclure. Les racines sont -2 et 4.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On demande le signe en un point précis ; un calcul direct suffit.

Construire la réponse.

1. Pour x égal à 3, $x - 1 = 2 > 0$ et $x - 5 = -2 < 0$.
2. Le produit de ces signes est négatif. Numériquement, $(3 - 1)(3 - 5) = 2 \times (-2) = -4$.

Vérifier. Le nombre 3 est entre les racines 1 et 5 ; pour un coefficient dominant positif, l'expression est négative entre ses deux racines.

Conclure. La valeur est -4, donc le signe est négatif.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'aire du rectangle est le produit de ses deux côtés, et chacun doit être positif.

Construire la réponse.

1. Les côtés valent x et $8 - x$. Leur produit donne $A(x) = x(8 - x)$.
2. En distribuant x , on obtient $A(x) = 8x - x^2$.
3. Le premier côté impose $x > 0$; le second impose $8 - x > 0$, soit $x < 8$. Les deux conditions doivent être satisfaites simultanément.

Vérifier. Pour x égal à 3, les côtés sont 3 et 5 ; l'aire géométrique vaut 15. La formule donne $8 \times 3 - 3^2 = 24 - 9 = 15$.

Conclure. $A(x) = 8x - x^2$ sur $]0; 8[$ pour un rectangle non dégénéré.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche les entrées du domaine $[-2; 4]$ dont le carré vaut 9.

Construire la réponse.

1. L'équation est $g(x) = 9$, donc $x^2 = 9$. Dans les réels, les solutions sont -3 et 3.
2. Le domaine impose $-2 \leq x \leq 4$. La valeur -3 est inférieure à -2 et doit être écartée.
3. La valeur 3 est comprise entre -2 et 4, donc elle reste candidate.

Vérifier. $g(3) = 3^2 = 9$ vérifie bien la sortie demandée. Bien que $(-3)^2 = 9$, cette valeur ne peut pas être un antécédent pour une fonction dont le domaine l'exclut.

Conclure. 9 possède un seul antécédent pour cette fonction : 3.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les égalités fournissent les points (1; 5) et (4; 11). Le modèle affine possède deux coefficients à déterminer.

Construire la réponse.

1. La pente est $a = (11 - 5)/(4 - 1) = 6/3 = 2$. Les différences sont prises dans le même ordre.
2. On écrit $f(x) = 2x + b$, puis on utilise $f(1) = 5 : 2 \times 1 + b = 5$.
3. On soustrait 2 : $b = 3$. La fonction recherchée est donc $f(x) = 2x + 3$.

Vérifier. $f(1) = 2 + 3 = 5$ et $f(4) = 8 + 3 = 11$. Les deux contraintes sont satisfaites ; les abscisses distinctes permettent de déterminer une unique droite affine.

Conclure. $f(x) = 2x + 3$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les racines imposent les facteurs ; le coefficient du carré fixe le multiplicateur.

Construire la réponse.

1. La racine 2 donne le facteur $(x - 2)$ et la racine 5 donne $(x - 5)$.
2. Le produit de ces facteurs a pour terme dominant x^2 . Pour obtenir le coefficient -2, on écrit $f(x) = -2(x - 2)(x - 5)$.
3. On développe : $(x - 2)(x - 5) = x^2 - 5x - 2x + 10 = x^2 - 7x + 10$.
4. On distribue -2 à chacun des trois termes : $f(x) = -2x^2 + 14x - 20$.

Vérifier. Le coefficient du carré est bien -2. Les deux facteurs montrent que $f(2) = f(5) = 0$; la forme développée donne également ces deux égalités.

Conclure. Une écriture factorisée est $-2(x - 2)(x - 5)$; l'écriture développée est $-2x^2 + 14x - 20$.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche où le produit est négatif ou nul.

Construire la réponse.

1. Les racines sont -2 et 3. Pour $x < -2$, les deux facteurs sont négatifs : leur produit est positif.
2. Pour $-2 < x < 3$, $x + 2 > 0$ et $x - 3 < 0$: le produit est négatif.
3. Pour $x > 3$, les deux facteurs sont positifs : le produit est positif.
4. En -2 et en 3, le produit vaut zéro. Ces deux bornes sont admises par ≤ 0 .

Vérifier. À zéro, le produit vaut $2 \times (-3) = -6$, qui convient. À -3 et à 4, le produit est positif et ne convient pas.

Conclure. L'ensemble solution est $[-2; 3]$.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On maximise une parabole tournée vers le bas, tout en vérifiant le domaine imposé.

Construire la réponse.

1. Les racines de $B(x) = -2(x-10)(x-30)$ sont 10 et 30. Leur moyenne vaut $(10+30)/2 = 20$: c'est l'abscisse du sommet.
2. Le coefficient dominant -2 est négatif ; la fonction augmente jusqu'au sommet puis diminue.
3. Le nombre 20 appartient à $[0; 40]$. Le sommet est donc réalisable sur l'intervalle demandé.
4. On calcule $B(20) = -2(20-10)(20-30) = -2 \times 10 \times (-10) = 200$.

Vérifier. La forme $B(x) = 200 - 2(x-20)^2$ montre que toute autre valeur donne au plus 200. Aux bornes 0 et 40, la valeur est -600, inférieure au maximum.

Conclure. Le maximum est 200, atteint pour x égal à 20.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Un point de la courbe doit associer une durée autorisée à la hauteur obtenue par la formule. Chercher si 37 est atteinte revient ensuite à chercher un antécédent.

Construire la réponse.

1. La durée 4 appartient à $[0; 6]$. Son image est $h(4) = 5 \times 4 + 2 = 20 + 2 = 22$. Le point $(4; 22)$ est donc sur la courbe.
2. Pour atteindre 37, on résout $5t + 2 = 37$. Soustraire 2 donne $5t = 35$; diviser par 5 donne $t = 7$.
3. Or 7 n'appartient pas à $[0; 6]$. La solution de l'équation est en dehors de la durée étudiée.

Vérifier. La fonction est affine de coefficient positif 5, donc elle augmente sur $[0; 6]$. Sa plus grande hauteur sur cet intervalle est $h(6) = 30 + 2 = 32$, bien inférieure à 37.

Conclure. Le point proposé appartient à la courbe ; la hauteur 37 n'est pas atteinte sur l'intervalle étudié.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le volume initial est 180 litres et chaque minute enlève 12 litres. On note t la durée écoulée en minutes.

Construire la réponse.

1. Après t minutes, la perte totale au débit constant est $12t$ litres. Le volume restant est donc $V(t) = 180 - 12t$.
2. La durée doit être positive ou nulle : $t \geq 0$. Le réservoir ne peut pas contenir un volume négatif : $180 - 12t \geq 0$.
3. On résout : $-12t \geq -180$. Diviser par -12 inverse l'inégalité, donc $t \leq 15$.
4. Les deux contraintes donnent le domaine $[0; 15]$. La pente -12 s'exprime en litres par minute.

Vérifier. $V(0) = 180$ L et $V(15) = 180 - 180 = 0$ L. À 16 minutes, la formule donnerait -12 L, ce qui confirme qu'il faut arrêter le modèle de vidange à 15 minutes.

Conclure. Le modèle est $V(t) = 180 - 12t$ pour $0 \leq t \leq 15$.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On vérifie d'abord la racine annoncée, puis on recherche le second facteur.

Construire la réponse.

1. Pour x égal à 3, $3^2 - 7 \times 3 + 12 = 9 - 21 + 12 = 0$: 3 est bien une racine.
2. On cherche une factorisation $(x - 3)(x - r) = x^2 - (3 + r)x + 3r$.
3. Le terme constant doit être 12 : $3r = 12$, donc $r = 4$. Le coefficient de x devient alors $-(3 + 4) = -7$, comme attendu.
4. Ainsi $x^2 - 7x + 12 = (x - 3)(x - 4)$; le second facteur s'annule pour x égal à 4.

Vérifier. $4^2 - 7 \times 4 + 12 = 16 - 28 + 12 = 0$. Le développement vérifie également l'identité pour tout x , pas uniquement aux racines.

Conclure. Les racines sont 3 et 4 et la factorisation est $(x - 3)(x - 4)$.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le carré impose que l'expression soit toujours négative ou nulle ; la question distingue égalité et positivité stricte.

Construire la réponse.

1. Pour tout réel x , $(x - 2)^2 \geq 0$. Multiplier par -3 donne $-3(x - 2)^2 \leq 0$.
2. Pour que cette expression soit également supérieure ou égale à zéro, elle doit être exactement nulle.
3. Comme -3 n'est pas nul, il faut $(x - 2)^2 = 0$, donc $x = 2$.
4. Pour une inégalité strictement positive, aucune valeur ne convient : l'expression ne dépasse jamais zéro.

Vérifier. À x égal à 2, on obtient zéro. À 1 ou à 3, on obtient -3 ; la racine double ne fait pas changer le signe.

Conclure. Pour ≥ 0 , l'ensemble solution est $\{2\}$; pour > 0 , c'est l'ensemble vide.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le sommet de la parabole n'appartient pas nécessairement à l'intervalle autorisé.

Construire la réponse.

1. $A(x) = x(12 - x) = -x^2 + 12x = 36 - (x - 6)^2$. Le sommet se situe en x égal à 6.
2. Or le domaine demandé est $[2; 4]$: 6 est exclu. Sur cet intervalle situé entièrement à gauche de 6, A est croissante.
3. Le maximum est donc atteint à la borne droite x égale à 4. On calcule $A(4) = 4(12 - 4) = 4 \times 8 = 32$.

Vérifier. À l'autre borne, $A(2) = 2 \times 10 = 20$. La valeur 36 obtenue en x égal à 6 serait plus grande, mais correspond à une situation interdite par la contrainte.

Conclure. Le maximum sur $[2; 4]$ est 32, atteint pour x égal à 4.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** La forme factorisée donne les zéros ; le développement donne une autre écriture du même modèle.

Construire la réponse.

- (a) On développe d'abord $(x - 2)(x - 10) = x^2 - 12x + 20$.
- (b) Le signe moins porte sur tous les termes : $B(x) = -x^2 + 12x - 20$.
- (c) Le produit s'annule lorsque $x - 2 = 0$ ou $x - 10 = 0$, soit x égal à 2 ou 10.

Vérifier. Remplacer chaque racine dans la forme factorisée annule un facteur et donc tout le produit.

Conclure. Les zéros sont 2 et 10, et la forme développée est $-x^2 + 12x - 20$.

2. **Comprendre la question.** On cherche les quantités qui donnent un résultat positif.

Construire la réponse.

- (a) Avant 2, les deux facteurs sont négatifs : leur produit est positif et B est négative à cause du signe moins.
- (b) Entre 2 et 10, les facteurs sont de signes contraires : leur produit est négatif et B est positive.
- (c) Après 10, les deux facteurs sont positifs : B redevient négative. Aux deux racines, B vaut zéro.

Vérifier. Au milieu, x égal à 6, les facteurs sont opposés et le résultat positif, ce qui confirme le signe intérieur.

Conclure. Le résultat est strictement positif pour $2 < x < 10$, dans le domaine autorisé.

3. **Comprendre la question.** La forme centrée permet de lire les variations sans utiliser le discriminant ni la dérivée.

Construire la réponse.

- (a) On développe $16 - (x - 6)^2 = 16 - x^2 + 12x - 36 = -x^2 + 12x - 20$.
- (b) Lorsque x se rapproche de 6, le carré $(x - 6)^2$ diminue ; en le soustrayant, B augmente.
- (c) Après 6, le carré augmente et B diminue.

Vérifier. Le développement redonne exactement la forme initiale développée : il s'agit bien de la même fonction.

Conclure. B croît sur $[0; 6]$ puis décroît sur $[6; 12]$.

4. **Comprendre la question.** Il faut distinguer le choix optimal x et la valeur maximale $B(x)$.

Construire la réponse.

- (a) Le sommet $x = 6$ appartient à $[0; 12]$ et est entier.
- (b) On calcule $B(6) = -(6 - 2)(6 - 10) = 16$.
- (c) Les variations montrent que toute autre valeur du domaine donne un résultat inférieur ou égal.

Vérifier. La forme $16 - (x - 6)^2$ ne peut dépasser 16, car le carré soustrait est positif ou nul.

Conclure. Le choix optimal est 60 inscriptions, soit $x = 6$ dizaines et le résultat maximal 16 centaines d'euros.

5. **Comprendre la question.** Les bornes illustrent les limites de la zone de rentabilité.

Construire la réponse.

- (a) À zéro, $B(0) = -(-2)(-10) = -20$.
- (b) À $x = 12$, $B(12) = -(12 - 2)(12 - 10) = -20$.
- (c) Ces valeurs sont négatives : produire trop peu ou dépasser la plage rentable peut conduire à une perte dans ce modèle.

Vérifier. Les deux bornes sont situées en dehors de l'intervalle entre les racines, où l'étude de signe annonçait déjà des valeurs négatives.

Conclure. La positivité n'est garantie que dans la zone établie ; les résultats se lisent en centaines d'euros.

10 Variante autonome et bilan

Étudie $D(x) = -(x - 3)(x - 9)$ sur $[0; 12]$: zéros, signe positif et maximum.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 26](#)

- Je peux expliquer : variable, image et antécédent.
- Je peux expliquer : reconnaître et déterminer une fonction affine.
- Je peux expliquer : reconnaître une parabole et ses racines.
- Je peux expliquer : étudier le signe d'un produit.
- Je peux expliquer : modéliser avec le second degré.

11 Fiche-mémoire

Variable, image et antécédent.

1. Distingue l'entrée x , la sortie $f(x)$ et le domaine autorisé.
2. Pour une image, remplace x par le nombre donné, avec des parenthèses s'il est négatif, puis respecte les priorités.
3. Pour des antécédents, écris $f(x) = y$ et résous cette équation pour toutes les valeurs possibles.
4. Écarte les solutions hors du domaine et vérifie celles qui restent dans la formule initiale.
5. Pour un point $(a; b)$, contrôle à la fois que a est autorisé et que $f(a) = b$.

Reconnaître et déterminer une fonction affine.

1. Identifie le modèle affine $ax + b$ et le domaine pertinent.
2. À partir de deux points, calcule la différence des ordonnées divisée par celle des abscisses, dans le même ordre.
3. Remplace ensuite x et son image par les coordonnées d'un point pour retrouver b .
4. Contrôle avec le second point. Interprète la pente, sa dimension et la valeur à l'origine.
5. Limite le modèle lorsque le contexte impose un stock positif, une durée ou une capacité.

Reconnaître une parabole et ses racines.

1. Vérifie que le coefficient du carré est non nul.
2. Utilise la forme factorisée et la règle du produit nul pour rechercher les racines.
3. Contrôle le signe des nombres : $x + 2 = x - (-2)$ correspond à la racine -2 .
4. Pour construire une expression, conserve le coefficient a ; développe seulement si cela est demandé.
5. Vérifie les racines par substitution et utilise leur moyenne pour l'axe de symétrie.

Étudier le signe d'un produit.

1. Factorise si nécessaire et range les racines dans l'ordre croissant.
2. Détermine le signe de chaque facteur sur chaque intervalle, y compris le coefficient constant.
3. Multiplie les signes et place zéro aux racines.
4. Sélectionne les portions demandées, puis inclus ou exclus les racines selon le caractère large ou strict.

Modéliser avec le second degré.

1. Définis x , son unité et les contraintes avant d'écrire la fonction.
2. Exprime les autres quantités en fonction de x puis construis l'aire, la recette ou le bénéfice.
3. Repère le sommet et le sens des variations à partir d'une forme adaptée.
4. Vérifie si le sommet est autorisé ; sinon, compare les valeurs aux limites permises.
5. Donne la valeur de x et la valeur optimale avec leurs unités, puis contrôle les contraintes.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

« L'image de 2 » signifie que x doit être remplacé par 2.

Indice 2 — Un pas de plus.

Effectue la multiplication avant la soustraction.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Calcule l'écart vertical puis l'écart horizontal.

Indice 2 — Un pas de plus.

Les différences sont $11 - 3 = 8$ et $3 - 1 = 2$.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Un produit est nul lorsqu'au moins l'un de ses facteurs est nul.

Indice 2 — Un pas de plus.

Résous séparément $x + 1 = 0$ et $x - 6 = 0$.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Les racines sont 1 et 5, et le coefficient dominant est positif.

Indice 2 — Un pas de plus.

Entre les deux racines, un seul facteur est négatif.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

L'axe de symétrie est à égale distance des deux racines.

Indice 2 — Un pas de plus.

Calcule la moyenne de 2 et de 8.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$f(2) = 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5$. L'entrée est 2, mais sa sortie est 5. Chercher un antécédent de 2 aurait conduit à l'autre équation $3x - 1 = 2$.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

La pente vaut $(11 - 3)/(3 - 1) = 8/2 = 4$. L'ordonnée augmente de 8 pendant que l'abscisse augmente de 2, donc de 4 par unité d'abscisse.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Les racines sont -1 et 6 : chacun de ces nombres annule l'un des facteurs.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Le produit est strictement négatif pour $1 < x < 5$. Les deux racines sont exclues parce que le produit y vaut zéro.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

$(2 + 8)/2 = 5$: l'axe de la parabole a pour équation $x = 5$.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. La variante se traite directement par les facteurs puis par une forme centrée.

Construire la réponse.

1. Le produit $D(x) = -(x - 3)(x - 9)$ s'annule en 3 et 9.
2. Les facteurs ont des signes contraires entre 3 et 9 : avec le signe moins, D est positive sur $]3; 9[$. Elle est nulle aux bornes et négative ailleurs dans $[0; 12]$.
3. Le développement donne $D(x) = -x^2 + 12x - 27 = 9 - (x - 6)^2$.
4. Le carré est minimal, égal à zéro, en 6. D atteint donc son maximum 9 en 6, valeur autorisée et entière.

Vérifier. $D(6) = -(6 - 3)(6 - 9) = -3(-3) = 9$. Les bornes donnent $D(0) = -27$ et $D(12) = -27$.

Conclure. Les zéros sont 3 et 9, la zone positive $]3; 9[$, et le maximum 9 est atteint en 6.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)