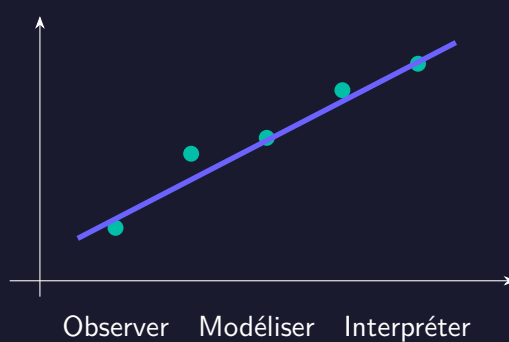


Probabilités et fluctuations

Probabilités ■ Comprendre et s'entraîner



Seconde professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Modéliser une expérience aléatoire	3
3.2	Combiner des événements	4
3.3	Dénombrer avec un tableau ou un arbre	5
3.4	Simuler et estimer une probabilité	7
3.5	Observer les fluctuations d'échantillonnage	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	23
11	Fiche-mémoire	23
12	Indices des pauses et des preuves	24
13	Explications des pauses et des preuves	26

1 Pourquoi ce chapitre ?

Les probabilités décrivent un modèle de tirage, tandis que les fréquences décrivent ce qui a été observé. La simulation aide à comprendre leur lien et leurs différences. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Modéliser une expérience aléatoire.
- Combiner des événements.
- Dénombrer avec un tableau ou un arbre.
- Simuler et estimer une probabilité.
- Observer les fluctuations d'échantillonnage.

2 L'idée avant la formule

Dans une boîte bien mélangée, compter les issues favorables suffit si chaque objet a la même chance d'être tiré. Répéter le tirage fait apparaître des fluctuations.

3 Le cours formel

3.1 Modéliser une expérience aléatoire

Intuition | Construire la notion pas à pas

Décrire l'expérience avant de calculer. Une expérience aléatoire possède plusieurs résultats possibles et l'on ne connaît pas à l'avance celui qui se réalisera. Chaque résultat est une issue ; l'ensemble des issues est l'univers. Un événement regroupe les issues qui satisfont une condition.

Attribuer des probabilités aux bonnes issues. Pour un dé équilibré, les six faces ont la même probabilité. Ce sont les faces qui sont équiprobables, pas toutes les catégories que l'on peut ensuite former. L'événement « obtenir 6 » et son contraire ne contiennent pas le même nombre de faces.

Justifier le quotient favorable sur possible. Dans un univers fini équiprobable, chaque issue porte la même part $1/N$. Un événement contenant k issues porte donc k/N . Sans équiprobabilité, il faut additionner les probabilités des issues favorables au lieu de seulement les compter.

Contrôler le résultat. Une probabilité ne peut être négative ni dépasser 1. Zéro correspond à un événement impossible dans le modèle fini ; 1 correspond à un événement certain. Un pourcentage se convertit en décimal avant les calculs : 30 pour cent correspond à 0,30.

Définition | Comprendre la notion

Une expérience aléatoire a un résultat inconnu à l'avance, appelé issue. L'univers rassemble les issues possibles ; un événement est un ensemble d'issues. Une probabilité est comprise entre 0 et 1. La probabilité de l'univers vaut 1 et celle de l'événement impossible vaut 0. Dans un univers fini où les issues sont équiprobables, $P(A) = \text{nombre d'issues favorables} / \text{nombre d'issues possibles}$. L'équiprobabilité doit être justifiée par le modèle, par exemple un dé équilibré ou un tirage uniforme. Dire « il y a deux possibilités » ne signifie pas que leurs probabilités valent chacune $1/2$.

 Exemple | Exemple commenté

On lance un dé équilibré à six faces numérotées de 1 à 6. L'univers est $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$. L'événement « obtenir un nombre pair » contient les trois issues 2, 4, 6. Sa probabilité est donc $3/6 = 1/2$.

L'événement « obtenir 6 » ne contient qu'une issue et sa probabilité est $1/6$. Son contraire contient cinq issues et vaut $5/6$. Dire « soit 6, soit autre chose » décrit deux catégories, mais ne rend pas leurs probabilités égales.

Le contrôle $1/6 + 5/6 = 1$ montre que ces deux événements couvrent toutes les issues sans chevauchement. Le raisonnement dépend de l'équilibrage du dé; un dé biaisé demanderait un autre modèle.

 Attention | Comprendre une erreur fréquente

« Deux possibilités » ne signifie pas « une chance sur deux ». Vérifie le nombre et le poids des issues à l'intérieur de chaque possibilité.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Une probabilité peut valoir...

1. $-0,2$
2. $0,7$
3. $1,4$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.2 Combiner des événements

 Intuition | Construire la notion pas à pas

Traduire les mots en ensembles. « A et B » signifie que les deux conditions sont satisfaites : c'est l'intersection $A \cap B$. « A ou B » signifie au moins l'une des deux, y compris les deux : c'est la réunion $A \cup B$.

Comprendre la soustraction dans la réunion. Additionner $P(A)$ et $P(B)$ compte deux fois les issues présentes dans les deux événements. On enlève une fois leur probabilité : $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. La soustraction corrige un double comptage.

Utiliser le contraire pour simplifier. L'événement $\bar{A}$ contient toutes les issues qui ne réalisent pas A. Les deux événements sont disjoints et couvrent l'univers, donc leurs probabilités totalisent 1. Le contraire de « au moins un succès » est « aucun succès ».

Ne pas confondre deux notions. Des événements incompatibles ne peuvent pas se produire ensemble. L'indépendance concerne au contraire l'effet d'une information sur une probabilité. Deux événements incompatibles de probabilités positives ne sont pas indépendants : savoir l'un réalisé rend l'autre impossible.

Définition | Comprendre la notion

L'événement contraire $\bar{A}$ contient toutes les issues qui ne sont pas dans A , d'où $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. L'intersection $A \cap B$ signifie « A et B » ; la réunion $A \cup B$ signifie « A ou B, éventuellement les deux ». Pour éviter de compter deux fois l'intersection,

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Des événements incompatibles n'ont aucune issue commune et leur intersection est vide. Ils ne doivent pas être confondus avec des événements indépendants, notion qui décrit une absence d'influence probabiliste.

Exemple | Exemple commenté

Sur un dé équilibré, A est l'événement pair : $\{2; 4; 6\}$. B est l'événement strictement supérieur à 4 : $\{5; 6\}$. L'intersection contient seulement 6 et la réunion contient 2, 4, 5, 6.

Le calcul de la réunion donne $3/6 + 2/6 - 1/6 = 4/6 = 2/3$. Sans la soustraction, la face 6 serait comptée deux fois. Le dénombrement direct des quatre faces de la réunion vérifie le résultat.

Le contraire de la réunion contient 1 et 3, donc sa probabilité vaut $2/6 = 1/3$. La somme $2/3 + 1/3 = 1$ fournit un second contrôle.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Dans le langage probabiliste, « A ou B » inclut généralement le cas où A et B se produisent ensemble. Pour exclure ce cas, il faut une formulation explicite comme « l'un seulement ».

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$P(A) = 0,3$ implique $P(\bar{A}) =$

1. 1,3
2. 0,7
3. 0,3

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.3 Dénombrer avec un tableau ou un arbre

Intuition | Construire la notion pas à pas

Décomposer les choix successifs. Si une première étape offre a possibilités et que chacune est suivie de b possibilités, le nombre de couples est ab . Un tableau avec a lignes et b colonnes rend visible cette multiplication et aide à éviter les oublis.

Savoir si l'ordre distingue les issues. Avec deux dés distingués, le couple $(1; 3)$ indique 1 sur le premier et 3 sur le second ; $(3; 1)$ est une autre issue. Les deux peuvent produire la même somme sans devenir une seule issue élémentaire.

Distinguer issues et résultats regroupés. Les 36 couples de deux dés équilibrés indépendants sont équiprobables. Leurs sommes ne le sont pas : certaines viennent de nombreux couples, d'autres d'un seul. Pour la probabilité d'une somme, on compte donc les couples qui la produisent.

Tenir compte de la remise. Remettre un objet avant le second tirage restaure la composition initiale. Sans remise, le nombre total d'objets et le nombre d'objets favorables peuvent changer selon le premier résultat. Le dénombrement et les probabilités doivent refléter cette nouvelle situation.

Définition | Comprendre la notion

Pour plusieurs étapes, un tableau à double entrée ou un arbre permet de lister les issues sans oublier ni répétition. Si une première étape offre a possibilités et la seconde b possibilités pour chacune, il y a ab couples. L'ordre peut compter : avec deux dés distingués, $(1; 2)$ et $(2; 1)$ sont deux issues différentes. Les sommes obtenues ne sont pas équiprobables même si les couples le sont. Un tirage avec remise conserve la composition ; sans remise, elle change. Décris le modèle avant de choisir l'univers et les probabilités.

Exemple | Exemple commenté

Avec deux dés équilibrés indépendants, le premier résultat peut être choisi de six façons et le second de six façons : il y a 36 couples équiprobables. Une somme de 3 provient de $(1; 2)$ ou $(2; 1)$, donc sa probabilité est $2/36 = 1/18$.

Une somme de 2 provient seulement de $(1; 1)$, donc elle vaut $1/36$. Les sommes 2 et 3 sont toutes deux possibles, mais n'ont pas la même probabilité.

Pour compter sans oublier une somme donnée, on fixe successivement la première face de 1 à 6 et l'on cherche la seconde face nécessaire. On ne conserve que les couples dont les deux coordonnées sont comprises entre 1 et 6.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Les résultats regroupés, comme les sommes de deux dés, ne sont pas équiprobables simplement parce que les dés le sont. Il faut compter les couples qui composent chaque résultat.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Deux dés distingués donnent combien de couples ?

1. 36
2. 11
3. 12

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.4 Simuler et estimer une probabilité

Intuition | Construire la notion pas à pas

Transformer un modèle en procédure. Simuler un dé équilibré signifie produire des entiers de 1 à 6 avec les mêmes probabilités. Le programme ne vérifie pas qu'un dé physique est équilibré : cette propriété est une hypothèse du modèle que l'on a choisi de simuler.

Compter avant de diviser. Pour estimer la probabilité d'un événement sur N essais, on compte ses réalisations puis on divise par N. Le compteur commence à zéro avant les répétitions. Il augmente seulement lorsque l'événement se produit ; il ne doit pas être réinitialisé à chaque essai.

Distinguer fréquence et probabilité. La fréquence est calculée à partir d'une série obtenue. Elle change d'une simulation à l'autre. La probabilité est un paramètre du modèle ; elle ne change pas parce qu'une simulation donne une fréquence légèrement différente.

Comprendre la stabilisation. Avec beaucoup d'essais indépendants suivant le même modèle, les fréquences se concentrent davantage autour de la probabilité. Elles ne deviennent pas nécessairement exactes et ne se rapprochent pas à chaque essai. Fixer une graine permet de reproduire une simulation, sans garantir qu'elle sera plus proche de la valeur théorique.

Définition | Comprendre la notion

Une simulation traduit un modèle aléatoire en instructions. Les résultats d'une simulation ne remplacent pas les hypothèses : un programme peut simuler fidèlement un modèle inadapté. Sur N répétitions, la fréquence d'un événement est le nombre de réalisations divisé par N. Elle varie d'une série à l'autre. Quand N augmente, elle a tendance à se stabiliser autour de la probabilité, sans devenir nécessairement exacte ni s'en rapprocher à chaque nouvelle observation. En Python, `randint(1,6)` peut simuler un dé équilibré ; `random()` donne un uniforme entre 0 et 1. Fixer une graine aide à reproduire un résultat, pas à le rendre plus juste.

Exemple | Exemple commenté

Pour estimer la probabilité d'obtenir 6, on peut utiliser :

```
1 from random import randint
2
3 def frequence(N):
4     succes = 0
5     for k in range(N):
6         if randint(1, 6) == 6:
7             succes += 1
8     return succes / N
```

N doit être un entier strictement positif. Le compteur est créé avant la boucle ; chaque appel à `randint(1,6)` produit un lancer dans le modèle. Le test sélectionne uniquement la face 6 et l'incrément ajoute un succès. La division finale transforme le total en fréquence.

Si 168 succès sont obtenus en 1 000 essais, la fonction renvoie 0,168. Cette fréquence est proche de $1/6 \approx 0,1667$, mais elle n'est pas la probabilité exacte. Un autre appel peut donner un résultat différent, ce qui est attendu pour une simulation aléatoire.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un grand nombre d'essais améliore la concentration statistique, mais ne garantit pas une fréquence exactement égale à la probabilité. Ne corrige pas les résultats simulés pour les forcer à coïncider avec la théorie.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Une fréquence observée sur 200 essais avec 46 succès vaut. . .

1. 4,35
2. 0,23
3. 0,46

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.5 Observer les fluctuations d'échantillonnage

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Séparer les deux répétitions. Un échantillon contient n observations. Pour étudier la fluctuation, on répète N fois la création d'un échantillon et l'on obtient N fréquences. Il y a donc n tirages à l'intérieur de chaque groupe et N groupes au total.

Observer une distribution de fréquences. Même avec le même protocole et la même probabilité p , les groupes ne contiennent pas exactement la même proportion de succès. On calcule une fréquence par groupe puis on examine leur centre, leur dispersion et éventuellement un histogramme.

Distinguer augmenter n et augmenter N . Augmenter n , à protocole indépendant identique, tend à réduire les fluctuations de chaque fréquence. Augmenter N donne davantage de fréquences pour observer leur distribution ; cela ne change pas la taille de chaque groupe.

Limiter la portée des extrêmes observés. Le minimum et le maximum d'une simulation décrivent seulement les fréquences obtenues pendant cette exécution. Ils ne sont pas des limites impossibles à franchir lors d'une future expérience. Un événement rare peut ne pas apparaître dans une série finie de simulations.

📖 Définition | Comprendre la notion

Un échantillon de taille n contient n observations réalisées selon un protocole. Répéter ce protocole produit des fréquences différentes : c'est la fluctuation d'échantillonnage. Pour étudier cette fluctuation, simule N échantillons de même taille n , calcule une fréquence par échantillon et représente la série obtenue. Ne confonds pas n , taille d'un échantillon, avec N , nombre d'échantillons. À modèle

fixé et avec des tirages indépendants, augmenter n réduit généralement la dispersion des fréquences. L'étendue observée reste dépendante de la simulation et du nombre d'échantillons ; elle n'est pas un intervalle garanti pour toutes les expériences futures.

Exemple | Exemple commenté

Cinq échantillons de même taille donnent les fréquences 0,42 ; 0,50 ; 0,46 ; 0,58 ; 0,54. Leur moyenne vaut $(0,42 + 0,50 + 0,46 + 0,58 + 0,54)/5 = 2,50/5 = 0,50$.

La plus petite fréquence est 0,42 et la plus grande 0,58 : l'étendue observée vaut $0,58 - 0,42 = 0,16$, soit seize points de pourcentage. Ces deux indicateurs décrivent le centre et la dispersion de ces cinq résultats.

Un sixième échantillon peut donner 0,60 ou une autre fréquence hors de cet intervalle si le modèle le permet. La borne 0,58 est un maximum observé, pas un plafond théorique. Pour comparer l'effet de la taille n , on répète le protocole avec une autre taille en conservant le même modèle de tirage.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Augmenter le nombre N d'échantillons ne rend pas chacun d'eux plus grand. Pour réduire la fluctuation d'une fréquence individuelle, c'est la taille n du groupe qui intervient.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Augmenter la taille de chaque échantillon tend à...

1. Réduire la dispersion des fréquences
2. Supprimer tout hasard
3. Changer la probabilité du modèle

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 26](#)

4 Boîte à outils

Méthode | Modéliser une expérience aléatoire

1. Décris les issues possibles et précise le modèle de tirage.
2. Justifie l'équiprobabilité avant d'utiliser un simple dénombrement.
3. Liste exactement les issues favorables, en respectant les mots comme « strictement ».
4. Divise le nombre favorable par le nombre total, puis simplifie.
5. Contrôle que la valeur est dans $[0; 1]$ et interprète-la dans le contexte.

Méthode | Combiner des événements

1. Traduis « et », « ou », « aucun » et « au moins un » avec des événements précis.
2. Cherche si le contraire est plus simple à calculer.

3. Pour une réunion, repère l'intersection pour corriger le double comptage.
4. Vérifie si les événements sont disjoints avant d'additionner sans correction.
5. Contrôle les bornes et, si possible, les issues ou l'événement complémentaire.

✂ Méthode | Dénombrer avec un tableau ou un arbre

1. Décris les étapes et indique si les objets ou les positions sont distingués.
2. Construis un tableau ou un arbre pour lister les issues sans répétition.
3. Justifie l'équiprobabilité des issues élémentaires avant de les compter.
4. Regroupe seulement ensuite les issues favorables à l'événement demandé.
5. En cas de tirage sans remise, actualise la composition après chaque étape.

✂ Méthode | Simuler et estimer une probabilité

1. Décris le modèle, l'événement recherché et la méthode de tirage simulé.
2. Initialise le compteur avant la boucle et fixe un nombre entier positif d'essais.
3. Produis une nouvelle issue à chaque essai et incrémente seulement en cas de succès.
4. Divise le total des succès par le nombre d'essais après la boucle.
5. Compare la fréquence à la théorie et répète la simulation pour observer la fluctuation.

✂ Méthode | Observer les fluctuations d'échantillonnage

1. Identifie n , taille d'un échantillon, et N , nombre d'échantillons.
2. Calcule une fréquence pour chacun des N groupes.
3. Résume ou représente ces fréquences pour examiner leur dispersion.
4. Pour comparer des tailles, garde le même modèle et des tirages indépendants.
5. Présente les extrêmes comme observés et distingue événement rare et événement impossible.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Une probabilité simple ★★☆☆

Une boîte contient 7 jetons rouges et 3 bleus indiscernables au toucher. On en tire un uniformément. Quelle est la probabilité d'un bleu ?

Exercice 2 — Un contraire ★★☆☆

La probabilité d'un retard est 0,12. Quelle est celle de ne pas être en retard ?

Exercice 3 — Deux choix successifs ★★☆☆

On choisit uniformément une lettre parmi A, B, C, puis un chiffre parmi 1, 2. Liste l'univers et sa taille.

Exercice 4 — Calculer une fréquence ★★☆☆

Une simulation de 500 lancers donne 87 six. Quelle fréquence a-t-on observée ?

Exercice 5 — Deux nombres à distinguer ★★☆☆

On simule 300 échantillons de 50 tirages. Que valent n , N et le nombre total de tirages ?

Exercice 6 — Un événement sur un dé ★★★☆☆

On lance un dé équilibré à six faces. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre strictement supérieur à 4 ?

Exercice 7 — Une réunion ★★☆☆

$P(A) = 0,4$, $P(B) = 0,5$ et $P(A \cap B) = 0,2$. Calcule $P(A \cup B)$.

Exercice 8 — Une somme de dés ★★★☆☆

Avec deux dés équilibrés indépendants, calcule la probabilité d'une somme de 4.

Exercice 9 — Un compteur mal placé ★★★☆☆

Un programme remet `succes = 0` à l'intérieur de chaque tour de boucle. Pourquoi son total est-il faux ?

Exercice 10 — Une étendue de fréquences ★★★☆☆

Les fréquences sont 0,18, 0,25, 0,22, 0,16. Calcule l'étendue et exprime-la en points de pourcentage.

Exercice 11 — Deux issues, deux chances ? ★★★☆☆

Un lot contient 99 produits conformes et 1 défectueux. Un élève annonce $P(\text{défectueux}) = 1/2$ car le produit est conforme ou non. Corrige son raisonnement.

Exercice 12 — Au moins un ★★★☆☆

Une expérience comporte deux essais. La probabilité de n'avoir aucun succès est 0,36. Quelle est la probabilité d'avoir au moins un succès ?

Exercice 13 — Avec ou sans remise ★★ ★

Une boîte contient 2 jetons rouges et 1 bleu. On tire deux fois. Compare la probabilité de deux rouges avec remise et sans remise.

Exercice 14 — Une stabilisation non monotone ★★ ★

Après 100 essais, une fréquence vaut 0,50 ; après 101 essais, 0,505 environ. Le modèle de probabilité 0,5 est-il contredit parce que la fréquence s'est éloignée ?

Exercice 15 — Une simulation et ses limites ★★ ★

Une simulation n'a produit aucune fréquence supérieure à 0,7. Peut-on conclure qu'une telle fréquence est impossible ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Simuler un contrôle au hasard

Une boîte contient 6 pièces conformes et 4 pièces à reprendre. On tire une pièce au hasard, puis on la remet avant le tirage suivant.

1. Définis l'événement R « à reprendre » et sa probabilité.
2. Donne la probabilité du contraire et vérifie la somme.
3. Propose une simulation avec des entiers de 1 à 10.
4. Une série de 50 tirages donne 17 reprises. Calcule la fréquence et compare à la probabilité.
5. On répète 200 séries de 50 tirages. Combien obtient-on de fréquences et de tirages ? Que devrait changer une taille de 500 tirages par série ?

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Le tirage est uniforme parmi les jetons, pas parmi les couleurs.

Indice 2. Le nombre total vaut 10.

Exercice 2

Indice 1. L'univers se partage entre retard et absence de retard.

Indice 2. Retranche la probabilité donnée de 1.

Exercice 3

Indice 1. Pour chaque lettre, écris les deux chiffres.

Indice 2. Le tableau a trois lignes et deux colonnes.

Exercice 4

Indice 1. La fréquence est le quotient observé.

Indice 2. Ne remplace pas la probabilité théorique par un résultat de simulation.

Exercice 5

Indice 1. Une fréquence résume un seul échantillon.

Indice 2. Le total est un produit, pas une somme.

Exercice 6

Indice 1. Liste les faces acceptées.

Indice 2. Il y en a deux.

Exercice 7

Indice 1. La partie commune a été comptée deux fois.

Indice 2. Applique addition puis soustraction de l'intersection.

Exercice 8

Indice 1. Liste les couples ordonnés dont la somme vaut 4.

Indice 2. Le total reste 36 couples équiprobables.

Exercice 9

Indice 1. Une affectation à zéro efface la valeur mémorisée.

Indice 2. Le compteur doit accumuler tous les tours.

Exercice 10

Indice 1. Soustrais minimum et maximum dans le bon ordre.

Indice 2. Une différence de pourcentages s'exprime en points.

Exercice 11

Indice 1. Compte les produits dans chaque catégorie.

Indice 2. L'équiprobabilité porte sur les 100 produits.

Exercice 12

Indice 1. Identifie l'événement contraire.

Indice 2. « Au moins un » n'est pas « exactement un ».

Exercice 13

Indice 1. Après le premier tirage, recompte la boîte.

Indice 2. Sans remise, le second dénominateur vaut 2.

Exercice 14

Indice 1. Calcule la fréquence après l'ajout d'un succès.

Indice 2. La stabilisation est une tendance à grande taille, pas une décroissance systématique de l'erreur.

Exercice 15

Indice 1. Rare et impossible sont deux notions différentes.

Indice 2. Un événement possible peut ne pas être observé dans une série finie.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le tirage est uniforme parmi les jetons ; chaque jeton a donc le même poids.

Construire la réponse.

1. Le nombre total de jetons est $7 + 3 = 10$.
2. Trois jetons sont bleus : ils constituent les trois issues favorables.
3. La probabilité est $3/10 = 0,3$, soit 30 pour cent.

Vérifier. La probabilité d'un rouge vaut $7/10 = 0,7$; les deux couleurs totalisent bien 1.

Conclure. La probabilité de tirer un jeton bleu est 0,3.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Être en retard et ne pas être en retard sont deux événements contraires.

Construire la réponse.

1. Leurs probabilités totalisent 1.
2. La probabilité cherchée vaut donc $1 - 0,12 = 0,88$.

Vérifier. $0,12 + 0,88 = 1$. Le complément inclut toutes les situations classées comme non-retard par le modèle.

Conclure. La probabilité de ne pas être en retard est 0,88, soit 88 pour cent.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Chaque lettre peut être suivie de chacun des deux chiffres.

Construire la réponse.

1. Pour A, les possibilités sont A1 et A2.
2. Pour B, elles sont B1 et B2 ; pour C, C1 et C2.
3. On obtient six issues, ce qui correspond au produit $3 \times 2 = 6$.

Vérifier. Chaque lettre apparaît deux fois et chaque chiffre trois fois ; toutes les combinaisons ont été comptées une seule fois.

Conclure. L'univers est $\{A1; A2; B1; B2; C1; C2\}$ et contient 6 issues.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La fréquence est le nombre de six observés divisé par le nombre total de lancers.

Construire la réponse.

1. On calcule $f = 87/500 = 0,174$.
2. En pourcentage, cela donne $100 \times 0,174 = 17,4$ pour cent.
3. La probabilité théorique du six dans le modèle équilibré reste $1/6 \approx 0,1667$.

Vérifier. La fréquence se situe dans $[0; 1]$ et $500 \times 0,174 = 87$ retrouve le compteur. L'écart à la probabilité vaut environ 0,00733, soit 0,733 point de pourcentage.

Conclure. La fréquence observée est 0,174, soit 17,4 pour cent ; ce résultat est une observation simulée.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les 300 groupes sont les échantillons ; chacun contient 50 tirages.

Construire la réponse.

1. La taille d'un échantillon est donc $n = 50$.
2. Le nombre d'échantillons est $N = 300$.
3. Le nombre total de tirages vaut $Nn = 300 \times 50 = 15\,000$.
4. On calcule une fréquence par échantillon, donc on obtient 300 fréquences.

Vérifier. Confondre n et N changerait le protocole : 50 groupes de 300 auraient le même total de tirages, mais des fréquences calculées sur des groupes plus grands et donc une autre fluctuation.

Conclure. $n = 50$, $N = 300$, pour 15 000 tirages et 300 fréquences.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le mot « strictement » exclut la face 4.

Construire la réponse.

1. Les six issues du dé sont équiprobables.
2. Les nombres strictement supérieurs à 4 sont 5 et 6 : il y a deux issues favorables.
3. La probabilité est $2/6 = 1/3$.

Vérifier. Les quatre autres faces, 1 à 4, ne conviennent pas. Leur probabilité $4/6$ complète $2/6$ pour donner 1.

Conclure. La probabilité demandée est $1/3$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La réunion contient A, B et leur partie commune, qui ne doit être comptée qu'une fois.

Construire la réponse.

1. On applique $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$.
2. Le calcul donne $0,4 + 0,5 - 0,2 = 0,9 - 0,2 = 0,7$.

Vérifier. La réunion a une probabilité au moins aussi grande que celle de A et de B, et au plus 1 : 0,7 respecte ces contraintes. Les parties exclusives valent 0,2 et 0,3, auxquelles on ajoute l'intersection 0,2 pour retrouver 0,7.

Conclure. $P(A \cup B) = 0,7$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les couples des deux dés sont équiprobables ; on recherche ceux dont les coordonnées totalisent 4.

Construire la réponse.

1. Il existe $6 \times 6 = 36$ couples possibles.
2. Si le premier dé vaut 1, le second doit valoir 3 ; s'il vaut 2, le second doit valoir 2 ; s'il vaut 3, le second doit valoir 1.
3. Au-delà de 3 pour le premier dé, il faudrait zéro ou une valeur négative sur le second, ce qui est impossible.
4. Les trois couples favorables donnent $P = 3/36 = 1/12$.

Vérifier. Les couples (1; 3) et (3; 1) sont différents car les dés sont distingués. Les fusionner ferait perdre une issue équiprobable.

Conclure. La probabilité d'une somme de 4 est 1/12.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Une initialisation à chaque passage empêche le compteur de conserver l'historique.

Construire la réponse.

1. Au début d'un tour, l'instruction qui remet le compteur à zéro efface tous les succès des tours précédents.
2. Après le test de ce tour, le compteur vaut seulement zéro ou un selon son résultat.
3. À la fin, il ne décrit donc que le dernier essai, pas le total des essais.
4. La correction consiste à placer l'initialisation avant la boucle et à conserver seulement l'incrément conditionnel à l'intérieur.

Vérifier. Sur trois essais tous réussis, le programme erroné terminerait à 1 ; le compteur correct passerait successivement de 0 à 1, puis 2, puis 3.

Conclure. Il faut initialiser une seule fois avant les répétitions pour accumuler les succès.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'étendue mesure la distance entre la plus grande et la plus petite fréquence de la série.

Construire la réponse.

1. Le minimum est 0,16 et le maximum 0,25.
2. L'étendue vaut $0,25 - 0,16 = 0,09$.
3. En pourcentages, les bornes sont 16 pour cent et 25 pour cent ; leur différence vaut neuf points de pourcentage.

Vérifier. Une hausse relative entre 0,16 et 0,25 serait $(0,25 - 0,16)/0,16 = 0,5625$, soit 56,25 pour cent. C'est une autre quantité que l'étendue demandée.

Conclure. L'étendue est 0,09, soit 9 points de pourcentage.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le raisonnement doit porter sur les produits équiprobables, pas sur deux catégories de tailles différentes.

Construire la réponse.

1. Le lot contient $99 + 1 = 100$ produits.
2. Un tirage uniforme donne à chaque produit la probabilité $1/100$.
3. Un seul produit est défectueux, donc l'événement défectueux a la probabilité $1/100 = 0,01$.
4. La catégorie conforme contient 99 issues et a la probabilité 0,99.

Vérifier. Les probabilités 0,01 et 0,99 totalisent 1, mais ne sont pas égales. Deux catégories ne sont équiprobables que si le modèle leur attribue le même poids.

Conclure. La probabilité d'un défaut est 1 pour cent, et non une chance sur deux.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. « Au moins un succès » inclut un ou deux succès et son contraire est « aucun succès ».

Construire la réponse.

1. Ces deux événements sont disjoints et couvrent les résultats des deux essais.
2. La probabilité demandée est $1 - P(\text{aucun succès}) = 1 - 0,36 = 0,64$.

Vérifier. La somme $0,36 + 0,64 = 1$ vérifie le complément. Aucune hypothèse d'indépendance n'est nécessaire puisque la probabilité de zéro succès est déjà donnée.

Conclure. La probabilité d'au moins un succès est 0,64.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On compare deux protocoles ; le second tirage n'a pas le même contenu disponible.

Construire la réponse.

1. Le premier rouge a dans les deux cas la probabilité $2/3$.
2. Avec remise, on retrouve deux rouges sur trois jetons au second tirage : $P(RR) = (2/3)(2/3) = 4/9$.

3. Sans remise, après un premier rouge, il reste un rouge et un bleu : la probabilité conditionnelle du second rouge vaut $1/2$.
4. Le chemin sans remise vaut donc $(2/3)(1/2) = 1/3$.

Vérifier. $1/3 = 3/9 < 4/9$: retirer un premier rouge diminue logiquement la chance de tirer encore un rouge. Conserver $2/3$ sans remise ignorerait ce retrait.

Conclure. Deux rouges ont la probabilité $4/9$ avec remise et $1/3$ sans remise.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La stabilisation à long terme n'impose pas une amélioration monotone de la fréquence.

Construire la réponse.

1. Après 100 essais, une fréquence 0,50 correspond à 50 succès.
2. Si le 101e essai réussit, le compteur devient 51 et la fréquence vaut $51/101 \approx 0,50495$.
3. Cette nouvelle fréquence est un peu plus éloignée de 0,5, mais elle résulte simplement de l'ajout d'un succès.

Vérifier. Si le nouvel essai avait échoué, on aurait obtenu $50/101 \approx 0,49505$, également éloigné de 0,5. À un nombre impair d'essais, obtenir exactement la moitié de succès est impossible.

Conclure. Le modèle n'est pas contredit par cet éloignement ponctuel ; la fréquence peut osciller autour de la probabilité.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Une absence observée dans une simulation finie n'équivaut pas à une impossibilité dans le modèle.

Construire la réponse.

1. La simulation a testé seulement un nombre limité d'échantillons.
2. Une fréquence supérieure à 0,7 peut être possible mais assez rare pour ne pas avoir été rencontrée.
3. Pour affirmer l'impossibilité, il faut une contrainte du modèle ou un raisonnement montrant que l'événement a une probabilité nulle dans le cadre étudié.

Vérifier. Par exemple, même une série de lancers d'un dé peut ne contenir aucun six sans rendre la face 6 impossible. Le même principe s'applique à une fréquence extrême non observée.

Conclure. Non : on peut dire qu'aucune fréquence supérieure à 0,7 n'a été observée, pas qu'une telle fréquence est impossible.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Le tirage au hasard rend les dix pièces équiprobables.

Construire la réponse.

- (a) L'événement R signifie que la pièce choisie appartient aux quatre pièces à reprendre.
- (b) Il y a $6 + 4 = 10$ possibilités, dont 4 favorables : $P(R) = 4/10 = 0,4$.

Vérifier. La probabilité est entre 0 et 1 et correspond à la proportion de pièces à reprendre dans la boîte.

Conclure. La probabilité d'une reprise est 0,4, soit 40 %.

2. **Comprendre la question.** Le contraire de R comprend toutes les issues qui ne demandent pas de reprise.

Construire la réponse.

- (a) Il s'agit de tirer une pièce conforme, parmi les six correspondantes.
- (b) La probabilité vaut $6/10 = 0,6$, ou directement $1 - 0,4 = 0,6$.

Vérifier. $0,4 + 0,6 = 1$: les deux événements sont incompatibles et couvrent tout le tirage.

Conclure. La probabilité d'une pièce conforme est 0,6, soit 60 %.

3. **Comprendre la question.** La simulation doit attribuer exactement quatre issues sur dix à une reprise.

Construire la réponse.

- (a) On tire uniformément un entier parmi 1, 2, ..., 10.
- (b) On associe les valeurs 1 à 4 à une reprise et les valeurs 5 à 10 à une pièce conforme.
- (c) À chaque nouveau tirage, on conserve le même ensemble de dix valeurs : cela représente la remise et la composition inchangée de la boîte.

Vérifier. Les quatre valeurs favorables ont une probabilité totale $4/10$. Une simulation sans remise demanderait au contraire de modifier les possibilités.

Conclure. Un entier uniforme de 1 à 10, classé comme reprise s'il est au plus égal à 4, reproduit ce modèle.

4. **Comprendre la question.** Une fréquence décrit le résultat observé dans une série finie.

Construire la réponse.

- (a) La fréquence des reprises est $17/50 = 0,34$, soit 34 %.
- (b) La probabilité du modèle reste 0,4. L'écart observé est $0,34 - 0,4 = -0,06$, soit 6 points de pourcentage en moins.

Vérifier. Sur une série aléatoire limitée, le nombre observé n'est pas obligé d'égaliser 40 % de l'effectif. Cet écart seul ne prouve pas une modification de la boîte.

Conclure. La fréquence observée est 34 %, inférieure à la probabilité de 40 % ; cette différence peut venir de la fluctuation.

5. **Comprendre la question.** Une série produit une fréquence ; plusieurs séries permettent d'observer sa dispersion.

Construire la réponse.

- (a) 200 séries donnent 200 fréquences.
- (b) Chaque série contient 50 tirages : le total est $200 \times 50 = 10000$ tirages.
- (c) Avec 500 tirages par série, le total serait $200 \times 500 = 100000$ tirages, toujours pour 200 fréquences.
- (d) Les fréquences de séries plus longues tendent à se concentrer davantage autour de 0,4, tout en restant aléatoires.

Vérifier. Il faut distinguer augmenter le nombre de séries, qui donne plus de fréquences à observer, et augmenter la taille de chaque série, qui réduit leur dispersion.

Conclure. On obtient 200 fréquences à partir de 10000 tirages ; des séries de 500 rendent généralement les fréquences moins dispersées.

10 Variante autonome et bilan

Une boîte contient 3 objets rouges et 9 bleus. Sur 80 tirages avec remise, 18 sont rouges. Compare probabilité et fréquence.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

Indices, p. 25 Explication, p. 26

- Je peux expliquer : modéliser une expérience aléatoire.
- Je peux expliquer : combiner des événements.
- Je peux expliquer : dénombrer avec un tableau ou un arbre.
- Je peux expliquer : simuler et estimer une probabilité.
- Je peux expliquer : observer les fluctuations d'échantillonnage.

11 Fiche-mémoire

Modéliser une expérience aléatoire.

1. Décris les issues possibles et précise le modèle de tirage.
2. Justifie l'équiprobabilité avant d'utiliser un simple dénombrement.
3. Liste exactement les issues favorables, en respectant les mots comme « strictement ».
4. Divise le nombre favorable par le nombre total, puis simplifie.
5. Contrôle que la valeur est dans $[0; 1]$ et interprète-la dans le contexte.

Combiner des événements.

1. Traduis « et », « ou », « aucun » et « au moins un » avec des événements précis.
2. Cherche si le contraire est plus simple à calculer.
3. Pour une réunion, repère l'intersection pour corriger le double comptage.
4. Vérifie si les événements sont disjoints avant d'additionner sans correction.
5. Contrôle les bornes et, si possible, les issues ou l'événement complémentaire.

Dénombrer avec un tableau ou un arbre.

1. Décris les étapes et indique si les objets ou les positions sont distingués.
2. Construis un tableau ou un arbre pour lister les issues sans répétition.
3. Justifie l'équiprobabilité des issues élémentaires avant de les compter.
4. Regroupe seulement ensuite les issues favorables à l'événement demandé.
5. En cas de tirage sans remise, actualise la composition après chaque étape.

Simuler et estimer une probabilité.

1. Décris le modèle, l'événement recherché et la méthode de tirage simulé.
2. Initialise le compteur avant la boucle et fixe un nombre entier positif d'essais.
3. Produis une nouvelle issue à chaque essai et incrémente seulement en cas de succès.
4. Divise le total des succès par le nombre d'essais après la boucle.
5. Compare la fréquence à la théorie et répète la simulation pour observer la fluctuation.

Observer les fluctuations d'échantillonnage.

1. Identifie n , taille d'un échantillon, et N , nombre d'échantillons.
2. Calcule une fréquence pour chacun des N groupes.
3. Résume ou représente ces fréquences pour examiner leur dispersion.
4. Pour comparer des tailles, garde le même modèle et des tirages indépendants.
5. Présente les extrêmes comme observés et distingue événement rare et événement impossible.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Une probabilité est comprise entre zéro et un.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écarte les nombres négatifs et ceux qui dépassent un.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

A et son contraire couvrent toutes les possibilités sans chevauchement.

Indice 2 — Un pas de plus.

Leurs probabilités doivent totaliser 1.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Chaque face du premier dé peut être associée à six faces du second.

Indice 2 — Un pas de plus.

Compte les cases d'un tableau de six lignes et six colonnes.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La fréquence est le rapport succès sur nombre d'essais.

Indice 2 — Un pas de plus.

Utilise 46/200 et non 46/100.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Une fréquence calculée sur plus de tirages subit moins l'effet d'un seul résultat.

Indice 2 — Un pas de plus.

La probabilité p du modèle reste identique.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

0,7 est possible ; 1,4 et -0,2 ne sont pas des probabilités.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$$P(\overline{A}) = 1 - 0,3 = 0,7.$$

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Il y a $6 \times 6 = 36$ couples, même si certaines sommes se répètent.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$$46/200 = 0,23, \text{ soit } 23 \text{ pour cent.}$$

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Augmenter n tend à réduire la dispersion des fréquences, sans supprimer tout hasard.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. On calcule séparément la probabilité issue de la composition et la fréquence issue des observations.

Construire la réponse.

1. La boîte contient $3 + 9 = 12$ objets, donc $P(\text{rouge}) = 3/12 = 0,25$.
2. Sur les 80 tirages, la fréquence observée vaut $18/80 = 0,225$.
3. L'écart fréquence moins probabilité est $0,225 - 0,25 = -0,025$, soit 2,5 points de pourcentage.

Vérifier. La remise maintient la probabilité à 25 % pour chaque tirage. La fréquence 22,5 % décrit seulement cette série.

Conclure. La probabilité est 25 % et la fréquence observée 22,5 % ; elles peuvent différer sans que la boîte ait changé.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)