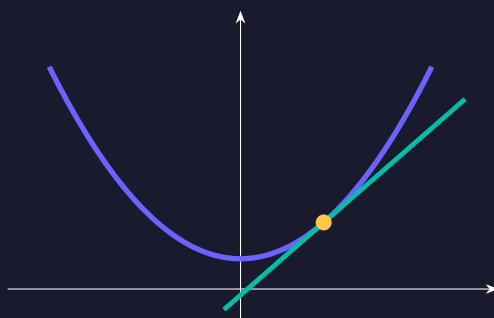


FICHE 05

Fonctions, courbes et variations

Analyse ■ Comprendre et s'entraîner



Comprendre Calculer Vérifier

Seconde professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Variable, image et antécédent	3
3.2	Lire une courbe et un tableau de variations	4
3.3	La fonction carré	6
3.4	Décaler et multiplier une courbe	7
3.5	Résoudre avec des courbes	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

Une fonction associe une valeur à chaque entrée. Les images, les antécédents et les variations servent à répondre à des questions différentes sur un même graphique. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Variable, image et antécédent.
- Lire une courbe et un tableau de variations.
- La fonction carré.
- Décaler et multiplier une courbe.
- Résoudre avec des courbes.

2 L'idée avant la formule

L'image répond à « quelle hauteur à cet instant ? ». Un antécédent répond à « à quel instant cette hauteur est-elle atteinte ? ». Plusieurs instants peuvent donner la même hauteur.

3 Le cours formel

3.1 Variable, image et antécédent

Intuition | Construire la notion pas à pas

Identifier une entrée et une sortie. Une machine de calcul reçoit un nombre, lui applique une règle et produit un résultat. Pour la règle « mettre au carré puis ajouter 1 », l'entrée 2 donne 5. La notation $f(2) = 5$ signifie exactement cela : 2 est une entrée, 5 est sa sortie.

Une même sortie peut venir de plusieurs entrées. L'entrée -2 donne elle aussi $(-2)^2 + 1 = 5$. Il n'y a pas de contradiction : une fonction exige une seule sortie pour chaque entrée autorisée, mais n'exige pas que toutes les sorties soient différentes.

La question fixe le sens du travail. Chercher l'image de 2 signifie que l'entrée est donnée : on calcule. Chercher les antécédents de 5 signifie que la sortie est donnée : on cherche toutes les entrées capables de la produire. On écrit alors une équation.

Le domaine fait partie de la fonction. Pour une durée entre zéro et six heures, on ne peut pas retenir une solution à sept heures. Une formule algébrique peut avoir un sens au-delà du contexte ; la fonction étudiée reste limitée aux entrées autorisées. On contrôle donc le domaine avant de calculer et après avoir résolu.

Définition | Comprendre la notion

Une fonction associe à chaque nombre x de son domaine une unique image $f(x)$. Le domaine indique les valeurs autorisées : une durée peut être positive ; un dénominateur ne peut être nul. Calculer une image consiste à remplacer x dans la formule. Chercher les antécédents de y consiste à résoudre $f(x) = y$ dans le domaine : il peut y avoir aucune, une ou plusieurs solutions. Le point $(x; y)$ appartient à la courbe exactement lorsque $y = f(x)$. Une table de valeurs donne des points de la courbe ; elle ne décrit pas à elle seule tous les nombres du domaine.

💡 Exemple | Exemple commenté

Étudios $f(x) = x^2 + 1$ pour $x \in [-3; 3]$.

1. Pour l'image de -2, on vérifie d'abord que $-2 \in [-3; 3]$. On remplace x par -2 avec des parenthèses : $f(-2) = (-2)^2 + 1 = 4 + 1 = 5$.
2. Pour les antécédents de 5, on écrit $x^2 + 1 = 5$. Soustraire 1 donne $x^2 = 4$. Deux nombres conviennent dans les réels : -2 et 2, car leurs carrés valent 4.
3. On vérifie le domaine : -2 et 2 appartiennent tous deux à $[-3; 3]$. Ils sont donc tous deux des antécédents de 5 pour cette fonction.
4. Pour les antécédents de 0, l'équation serait $x^2 = -1$. Or un carré réel est positif ou nul. Cette équation n'a donc aucune solution réelle.

Traduction sur la courbe. L'égalité $f(-2) = 5$ signifie que le point $(-2; 5)$ est sur la courbe. La même sortie 5 correspond aussi au point $(2; 5)$. Pour retrouver des antécédents, on cherche les abscisses des points de hauteur 5.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

L'image et l'antécédent ne sont pas interchangeables. Si $f(2) = 5$, cela ne permet pas d'affirmer $f(5) = 2$. Le premier nombre est l'entrée et le second la sortie ; inverser la question demande un nouveau raisonnement.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $f(x) = 3x - 1$, l'image de 2 est...

1. 5
2. 7
3. 2

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.2 Lire une courbe et un tableau de variations

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Lire le rôle des deux axes. Sur la courbe d'une fonction, l'axe horizontal porte les entrées et l'axe vertical les sorties. Avant une lecture, relève les graduations et les unités. Une graduation d'un centimètre sur le dessin ne signifie pas nécessairement une unité mathématique.

Suivre un trajet pour une image. Repère l'entrée sur l'axe horizontal, monte ou descends jusqu'à la courbe, puis rejoins horizontalement l'axe vertical. Pour des antécédents, fais le trajet inverse et recherche toutes les intersections possibles à la hauteur demandée.

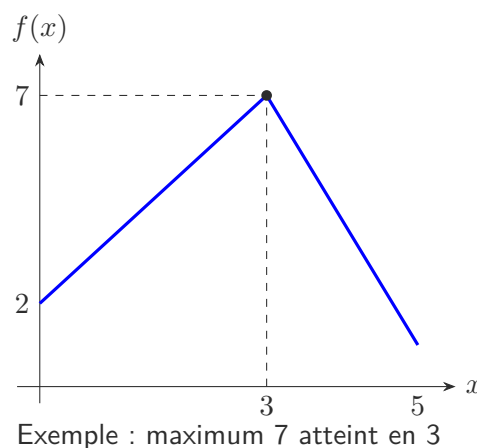
Lire les variations de gauche à droite. On observe ce que deviennent les images lorsque les abscisses augmentent. Une courbe peut être au-dessous de l'axe et pourtant monter : signe et variation répondent à des questions différentes. « Strictement croissante » signifie que deux entrées distinctes dans cet ordre donnent des images strictement dans le même ordre.

Un extremum possède deux informations. Une hauteur maximale est une valeur de la fonction ; l'instant où elle est atteinte est une entrée. Dire « maximum 3 » lorsqu'on veut dire « maximum

atteint en 3 » peut donc changer complètement la réponse. Un tableau de variations permet de contrôler les extrema sur toutes les portions de l'intervalle.

Définition | Comprendre la notion

Sur une courbe, lis une image en partant de l'axe horizontal puis en rejoignant la courbe et l'axe vertical. Pour un antécédent, pars au contraire de la valeur verticale. Une fonction croissante donne des images qui augmentent quand l'entrée augmente ; une fonction décroissante donne des images qui diminuent. Un tableau de variations résume cette évolution sur des intervalles. Une flèche décrit toutes les valeurs intermédiaires, pas seulement les extrémités. Un maximum est une plus grande valeur atteinte ; il faut distinguer sa valeur de l'abscisse où il est atteint. Les graduations et les unités commandent la lecture ; une lecture graphique reste généralement approchée.



Exemple | Exemple commenté

Une fonction croît de 2 à 7 sur $[0; 3]$, puis décroît jusqu'à 1 sur $[3; 5]$. Le tableau exprime que $f(0) = 2$, $f(3) = 7$ et $f(5) = 1$. Sur la première portion, aucune image ne dépasse 7 puisqu'on monte jusqu'à cette valeur. Sur la seconde, on repart de 7 pour descendre ; aucune image ne dépasse donc 7 non plus.

Le maximum sur tout $[0; 5]$ est ainsi 7, atteint au moins pour x égal à 3. Pour le minimum, on ne choisit pas automatiquement la première valeur du tableau. La plus petite image sur la première portion est 2 ; sur la seconde, c'est 1. On compare ces deux valeurs : le minimum global est 1, atteint en 5.

Ce que ne dit pas une simple table de valeurs. Si l'on connaissait seulement les trois égalités $f(0) = 2$, $f(3) = 7$, $f(5) = 1$, sans les variations, la courbe pourrait monter au-dessus de 7 entre deux points. Ici, ce sont les informations de croissance et de décroissance sur des intervalles entiers qui permettent la conclusion.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une fonction peut croître tout en restant négative : passer de -8 à -3 est une augmentation. « Positive » décrit une position au-dessus de zéro ; « croissante » décrit la comparaison des images lorsque l'entrée augmente.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Si f est strictement croissante et $2 < 5$, alors...

1. $f(2) > f(5)$
2. $f(2) < f(5)$
3. $f(2) = f(5)$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 La fonction carré

Intuition | Construire la notion pas à pas

Comprendre le carré. Le carré d'un nombre est son produit par lui-même : $x^2 = x \times x$. Un nombre et son opposé ont le même carré : $(-3)^2 = 3^2 = 9$. Tout carré réel est donc positif ou nul, et il ne vaut zéro que si le nombre vaut zéro.

Le rôle des parenthèses. Dans $(-3)^2$, le signe moins appartient au nombre multiplié. Dans -3^2 , on calcule d'abord le carré de 3, puis on prend son opposé : le résultat vaut -9. La priorité de l'exposant explique la différence.

Chercher un nombre à partir de son carré. Si $a > 0$, $\sqrt{a}$ désigne le nombre positif dont le carré vaut a . L'équation $x^2 = a$ a pourtant deux solutions : $\sqrt{a}$ et $-\sqrt{a}$. Si $a = 0$, il reste uniquement zéro ; si $a < 0$, aucune solution réelle n'est possible.

Passer du calcul au contexte. Une longueur ne peut pas être négative. On élimine donc la racine négative dans un problème de côté d'un carré, mais pas dans une équation purement algébrique. Sur les nombres positifs, augmenter le côté augmente l'aire ; sur les nombres négatifs, se rapprocher de zéro diminue le carré.

Définition | Comprendre la notion

La fonction carré est $f(x) = x^2$. Elle est définie sur $\mathbb{R}$, positive ou nulle, et paire : $f(-x) = f(x)$. Sa courbe est une parabole symétrique par rapport à l'axe vertical. Elle décroît sur $] -\infty; 0]$, puis croît sur $[0; +\infty[$; son minimum 0 est atteint en 0. Pour $a > 0$, l'équation $x^2 = a$ a deux solutions $-\sqrt{a}$ et $\sqrt{a}$. Pour $a = 0$, elle a une seule solution ; pour $a < 0$, aucune solution réelle. Une longueur doit être positive : le contexte peut donc écarter la racine négative.

Exemple | Exemple commenté

Réolvons $x^2 < 9$. Les deux nombres dont le carré vaut 9 sont -3 et 3. Entre ces nombres, la distance à zéro est inférieure à 3 : le carré est inférieur à 9. En dehors, cette distance dépasse 3 et le carré dépasse 9. L'ensemble des solutions est donc $] -3; 3[$. Les bornes sont exclues parce que l'inégalité est stricte.

Si x est maintenant le côté, en mètres, d'un carré d'aire inférieure à 9 mètres carrés, on ajoute $x \geq 0$ pour un modèle autorisant une aire nulle, ce qui donne $[0; 3[$. Pour un carré non dégénéré, il faut $x > 0$ et l'on retient $]0; 3[$. La résolution algébrique précède ainsi l'interprétation géométrique.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

La racine carrée $\sqrt{25}$ vaut 5, une seule valeur positive. Ce sont les solutions de l'équation $x^2 = 25$ qui sont au nombre de deux. Écrire $\sqrt{25} = \pm 5$ confond ces deux objets.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$x^2 = 16$ dans $\mathbb{R}$ donne...

1. $x = 8$
2. $x = 4$ seulement
3. $x = -4$ ou $x = 4$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Décaler et multiplier une courbe

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Agir sur les sorties. Si $g(x) = f(x) + k$, on garde la même entrée x et l'on ajoute k à chacune des images. Chaque point de la courbe monte de k si k est positif, ou descend de $|k|$ si k est négatif. Les abscisses restent inchangées.

Multiplier les images. Avec $g(x) = af(x)$, on multiplie chaque ordonnée par a . Si $a > 0$, l'ordre entre deux images est conservé. Si $a < 0$, cet ordre s'inverse : une portion croissante devient décroissante. Pour $a = 0$, toutes les images deviennent nulles.

Composer deux transformations. Dans $g(x) = -2f(x) + 3$, on multiplie d'abord l'image par -2 , puis on ajoute 3. Le facteur négatif retourne l'ordre des hauteurs ; ajouter 3 ne le change plus. Il faut respecter cet ordre : $-2(f(x) + 3)$ donnerait une autre fonction.

Les extrema se déplacent aussi. Un maximum de f devient un minimum de $-f$, au même endroit. Pour une fonction construite à partir de x^2 , le point de changement de variation reste souvent x égal à zéro, mais il faut toujours vérifier que zéro appartient au domaine étudié.

📖 Définition | Comprendre la notion

Ajouter une constante k à une fonction décale verticalement toutes ses images de k : la courbe de $f + k$ est celle de f translatée vers le haut si $k > 0$ et vers le bas si $k < 0$. Multiplier une fonction par un réel a multiplie toutes ses ordonnées par a . Si $a > 0$, le sens des variations est conservé ; si $a < 0$, il est inversé. Pour $a = 0$, la nouvelle fonction est constante. Pour ax^2 , le sommet reste l'origine. Si $a < 0$, la parabole est tournée vers le bas. Ces transformations permettent de lire un modèle sans refaire une table entière.

💡 Exemple | Exemple commenté

Considérons $g(x) = -2x^2 + 3$. À partir de la parabole x^2 , on multiplie toutes les hauteurs par -2 puis on monte de 3. Puisque $x^2 \geq 0$, on a $-2x^2 \leq 0$, puis $g(x) \leq 3$. L'égalité est atteinte si $x^2 = 0$, donc en x égal à zéro : le maximum est 3.

Pour vérifier la forme, $g(-1) = -2 + 3 = 1$ et $g(1) = 1$. Les deux points ont la même hauteur car les carrés sont égaux. Sur $] -\infty; 0]$, le carré décroît et la multiplication par -2 inverse les variations : g croît. Sur $[0; +\infty[$, le carré croît et g décroît. L'addition de 3 change les hauteurs, sans modifier ces deux sens de variation.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Ajouter 4 à $f(x)$ déplace verticalement la courbe ; remplacer x par $x + 4$ agit sur l'entrée et correspond à une autre transformation. Vérifie si la modification est à l'intérieur ou à l'extérieur de f .

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

La courbe de $f + 4$ se déduit de celle de f par...

1. Un décalage horizontal de 4
2. Un décalage vertical de 4 vers le haut
3. Une multiplication des abscisses par 4

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Résoudre avec des courbes

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Transformer une équation en rencontre. Résoudre $f(x) = g(x)$ signifie chercher les entrées qui produisent la même sortie pour les deux fonctions. Sur un graphique, les points correspondants appartiennent aux deux courbes : ce sont leurs intersections. Les solutions sont leurs abscisses, pas leurs ordonnées.

Transformer une inégalité en position. Pour $f(x) > g(x)$, on retient les abscisses où la courbe de f est au-dessus de celle de g . Aux intersections, les hauteurs sont égales : ces abscisses sont exclues pour une inégalité stricte et incluses pour une inégalité large.

Une lecture à une précision limitée. Une intersection située entre deux graduations ne fournit généralement qu'une valeur approchée. Une fenêtre graphique peut aussi masquer des solutions. Le domaine doit être entièrement examiné avant de conclure qu'on les a toutes.

Affiner par un encadrement. Pour une fonction continue qui change de signe entre a et b , il existe une racine entre ces bornes. Si elle est strictement monotone sur cet intervalle, cette racine est unique. Des essais numériques réduisent ensuite la largeur de l'intervalle ; ils ne transforment pas une approximation décimale en valeur exacte.

📖 Définition | Comprendre la notion

Résoudre $f(x) = k$ consiste à chercher les abscisses où la courbe rencontre la droite horizontale $y = k$. Résoudre $f(x) = g(x)$ consiste à chercher les abscisses de leurs intersections. Pour $f(x) \leq g(x)$, repère les portions où la première courbe est sous la seconde, en incluant les intersections. Un graphique donne souvent une valeur approchée. Un solveur ou un balayage numérique permet

d'affiner ; une substitution contrôle le résultat. Il faut rechercher toutes les intersections dans le domaine. Un zoom trop limité peut masquer une autre solution.

Exemple | Exemple commenté

Pour résoudre $x^2 > 4$ sur $[-5; 5]$, on compare la parabole $y = x^2$ à la droite horizontale $y = 4$. Elles se coupent en x égal à -2 et à 2 . Entre -2 et 2 , la parabole est sous la droite : par exemple $0^2 < 4$. À l'extérieur, elle est au-dessus : $(-3)^2 > 4$ et $3^2 > 4$.

On conserve donc les portions $[-5; -2[$ et $]2; 5]$. Les bornes -2 et 2 sont exclues par le signe strict. Les bornes -5 et 5 restent incluses, car elles sont dans le domaine et satisfont effectivement l'inégalité. Le contrôle d'un point dans chaque portion aide à détecter une inversion, mais la conclusion sur tout l'intervalle repose sur la forme et les variations de la parabole.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

L'absence d'intersection dans une fenêtre ne prouve pas l'absence de solution sur tout le domaine. Vérifie les limites de la fenêtre, l'échelle et, si possible, la formule ou les variations.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Les solutions de $f(x) = g(x)$ se lisent comme...

1. Les abscisses des intersections
2. Les pentes des courbes
3. Les ordonnées des intersections

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

Méthode | Variable, image et antécédent

1. Distingue l'entrée x , la sortie $f(x)$ et le domaine autorisé.
2. Pour une image, remplace x par le nombre donné, avec des parenthèses s'il est négatif, puis respecte les priorités.
3. Pour des antécédents, écris $f(x) = y$ et résous cette équation pour toutes les valeurs possibles.
4. Écarte les solutions hors du domaine et vérifie celles qui restent dans la formule initiale.
5. Pour un point $(a; b)$, contrôle à la fois que a est autorisé et que $f(a) = b$.

Méthode | Lire une courbe et un tableau de variations

1. Lis les axes, les unités et l'échelle avant de relever une coordonnée.
2. Pour une image, pars de l'abscisse ; pour des antécédents, pars de l'ordonnée et cherche toutes les rencontres.

3. Pour comparer des images sans formule, vérifie que les entrées sont dans un même intervalle de monotonie.
4. Pour un extremum global, examine toutes les portions et leurs extrémités, puis distingue valeur et position.
5. Précise si la lecture est exacte, approchée ou insuffisante pour conclure à l'unicité.

✂ Méthode | La fonction carré

1. Identifie exactement la base élevée au carré ; ajoute des parenthèses pour une substitution négative.
2. Ramène une équation à $x^2 = a$, puis distingue les cas $a < 0$, $a = 0$ et $a > 0$.
3. Pour une inégalité, utilise les variations du carré et les deux bornes opposées.
4. Applique les contraintes du contexte et vérifie l'effet de tout arrondi.

✂ Méthode | Décaler et multiplier une courbe

1. Écris la relation exacte entre la nouvelle fonction et la fonction connue.
2. Transforme les images dans l'ordre indiqué, sans changer les entrées.
3. Pour les variations, regarde le signe du facteur multiplicatif ; une addition seule ne les change pas.
4. Calcule les images des bornes et du point de changement, puis limite l'étude au domaine.

✂ Méthode | Résoudre avec des courbes

1. Identifie les deux courbes à comparer et vérifie le domaine ainsi que la fenêtre.
2. Relève les abscisses de toutes les intersections visibles sur ce domaine.
3. Pour une inégalité, repère les intervalles où la bonne courbe est au-dessus, puis traite les bornes.
4. Indique la précision de lecture ; si nécessaire, encadre numériquement et justifie l'unicité.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Calculer une image ★★☆☆

Pour $f(x) = 2x^2 - 3$ sur $\mathbb{R}$, calcule $f(-2)$ et $f(0)$.

Exercice 2 — Lire une table ★★☆☆

Une table donne $f(0) = 4$, $f(1) = 7$, $f(2) = 6$. Quelle est l'image de 1 ? Quel antécédent de 6 peut-on affirmer ?

Exercice 3 — Deux signes, une image ★★☆☆

Calcule $(-4)^2$, 4^2 et -4^2 .

Exercice 4 — Décaler une image ★★☆☆

On sait $f(2) = 5$. Pour $g = f - 3$, calcule $g(2)$.

Exercice 5 — Lire une intersection donnée ★★☆☆

Les courbes de f et g se coupent aux points $(1; 5)$ et $(4; 2)$. Quelles solutions de $f(x) = g(x)$ lit-on ?

Exercice 6 — Plusieurs antécédents ★★☆☆

Pour $g(x) = x^2$ sur $[-2; 4]$, trouve les antécédents de 9.

Exercice 7 — Ordonner sans calculer ★★☆☆

f est strictement décroissante sur $[2; 8]$. Compare $f(3)$ et $f(7)$.

Exercice 8 — Résoudre avec un carré ★★☆☆

Résous $2x^2 = 50$ dans $\mathbb{R}$.

Exercice 9 — Inverser les variations ★★☆☆

f croît de 1 à 4 sur $[0; 2]$. Décris les variations de $g = -3f$.

Exercice 10 — Au-dessus d'un seuil ★★☆☆

Résous $x^2 > 4$ dans $[-5; 5]$.

Exercice 11 — Vérifier un point et une contrainte ★★☆☆

Une hauteur suit $h(t) = 5t + 2$ pour $t \in [0; 6]$. Le point $(4; 22)$ appartient-il à sa courbe ? La hauteur 37 est-elle atteinte sur cet intervalle ?

Exercice 12 — Maximum et bornes ★★☆☆

f croît sur $[-1; 2]$ de 0 à 8 puis décroît sur $[2; 6]$ de 8 à -3 . Donne ses extrema et leurs positions.

Exercice 13 — Une aire minimale ★★ ★

Un carré a une aire d'au moins 72 cm^2 . Quelle condition doit vérifier son côté c ? Donne une borne au dixième garantissant cette aire.

Exercice 14 — Une courbe transformée ★★ ★

Étudie les variations et le maximum de $h(x) = 8 - 2x^2$ sur $[-3; 2]$.

Exercice 15 — Un encadrement numérique ★★ ★

Pour $f(x) = x^2 - 5$, on trouve $f(2,23) = -0,0271$ et $f(2,24) = 0,0176$. Explique l'encadrement de la solution positive et une approximation au centième.

6 Problème — Pour aller plus loin

Lire une courbe de hauteur

Une hauteur est modélisée par $h(t) = 4 - (t - 2)^2$ mètres sur $[0;4]$ secondes.

1. Construis un tableau aux temps 0, 1, 2, 3, 4 et trace la courbe.
2. Donne l'image de 1 et les antécédents de 3.
3. Décis les variations et le maximum.
4. Résous $h(t) \geq 3$ sur le domaine.
5. Une seconde courbe vaut $k(t) = h(t) + 2$. Décis sa transformation et son maximum.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Utilise des parenthèses autour d'un nombre négatif.

Indice 2. $(-2)^2 = 4$, pas -4 .

Exercice 2

Indice 1. Une entrée de table relie une abscisse et une image.

Indice 2. Une table partielle ne décrit pas toutes les abscisses.

Exercice 3

Indice 1. Les parenthèses fixent ce qui est élevé au carré.

Indice 2. Le signe placé devant une puissance agit après cette puissance.

Exercice 4

Indice 1. Remplace $f(2)$ par sa valeur.

Indice 2. On retire 3 à l'image, pas à l'abscisse.

Exercice 5

Indice 1. L'inconnue est x .

Indice 2. Retiens la première coordonnée de chaque point.

Exercice 6

Indice 1. Résous d'abord l'équation dans les réels.

Indice 2. Élimine ensuite toute solution hors du domaine.

Exercice 7

Indice 1. Que signifie une flèche descendante ?

Indice 2. Quand l'abscisse augmente, l'image diminue.

Exercice 8

Indice 1. Isole le carré.

Indice 2. N'oublie pas la solution négative.

Exercice 9

Indice 1. Un facteur négatif inverse les inégalités.

Indice 2. Calcule les deux images après multiplication.

Exercice 10

Indice 1. Considère les deux branches de la parabole.

Indice 2. Intersections : $x = -2$ et $x = 2$.

Exercice 11

Indice 1. Pour le point, compare son ordonnée à $h(4)$.

Indice 2. Pour la hauteur, résous puis vérifie l'intervalle.

Exercice 12

Indice 1. Le maximum se lit au sommet des flèches.

Indice 2. Pour le minimum global, compare les deux bornes du domaine.

Exercice 13

Indice 1. Le côté est une longueur positive.

Indice 2. Pour garantir une aire minimale, arrondis la longueur vers le haut.

Exercice 14

Indice 1. Pars du tableau de variations du carré.

Indice 2. Le facteur négatif change le sens des flèches.

Exercice 15

Indice 1. Le changement de signe encadre la racine.

Indice 2. Un encadrement au centième ne suffit pas toujours à décider l'arrondi : teste le demi-centième.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On connaît les entrées -2 et 0. On doit calculer leurs images, pas chercher les antécédents de ces nombres.

Construire la réponse.

1. La fonction est définie sur tous les réels : les deux entrées sont autorisées.
2. Pour -2, on écrit $f(-2) = 2(-2)^2 - 3$. Le carré du nombre négatif vaut $(-2)(-2) = 4$.
3. On poursuit dans l'ordre : $2 \times 4 - 3 = 8 - 3 = 5$.
4. Pour zéro, $f(0) = 2 \times 0^2 - 3 = 0 - 3 = -3$.

Vérifier. Le calcul de $f(2)$ donne aussi 5, cohérent avec le fait que 2 et -2 ont le même carré. Le coefficient 2 multiplie le carré ; il ne fait pas partie de la base élevée au carré.

Conclure. $f(-2) = 5$ et $f(0) = -3$.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La table fournit des images à trois entrées précises. Elle permet certaines lectures, mais ne décrit pas nécessairement toute la fonction.

Construire la réponse.

1. La donnée $f(1) = 7$ signifie directement que l'image de 1 est 7.
2. La donnée $f(2) = 6$ signifie que l'entrée 2 a pour sortie 6. Par définition, 2 est donc un antécédent de 6.
3. Aucune information ne décrit les autres entrées. Une valeur absente de la table pourrait elle aussi avoir pour image 6.

Vérifier. On distingue les deux sens : on lit l'image d'une entrée connue, puis on reconnaît une entrée donnant la sortie demandée. Affirmer « seul antécédent » demanderait une information supplémentaire.

Conclure. L'image de 1 est 7 ; 2 est un antécédent de 6, sans garantie d'unicité.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les trois expressions diffèrent par la place des parenthèses et du signe moins.

Construire la réponse.

1. $(-4)^2 = (-4) \times (-4) = 16$, car le produit de deux nombres négatifs est positif.
2. $4^2 = 4 \times 4 = 16$. Le nombre 4 et son opposé ont le même carré.
3. Dans -4^2 , le carré est prioritaire sur le signe placé devant : $-4^2 = -(4 \times 4) = -16$.

Vérifier. On peut réécrire les trois expressions sans exposant pour contrôler quel nombre est multiplié. Cette réécriture évite de dépendre d'une saisie ambiguë à la calculatrice.

Conclure. Les résultats sont respectivement 16, 16 et -16.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La relation $g = f - 3$ signifie que, pour une même entrée, on soustrait 3 à la sortie de f .

Construire la réponse.

1. On remplace x par 2 dans la relation : $g(2) = f(2) - 3$.
2. La donnée $f(2) = 5$ fournit directement $g(2) = 5 - 3 = 2$.

Vérifier. Les deux points ont la même abscisse 2. L'ordonnée passe de 5 à 2 : c'est bien une descente de trois unités.

Conclure. $g(2) = 2$. Il n'est pas nécessaire de connaître une formule complète de f .

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Une intersection fournit une entrée commune et une sortie commune ; l'équation porte sur les entrées.

Construire la réponse.

1. Au point $(1; 5)$, les deux fonctions ont la même image 5 pour l'entrée 1. Ainsi, $f(1) = g(1)$.
2. Au point $(4; 2)$, elles ont la même image 2 pour l'entrée 4. Ainsi, $f(4) = g(4)$.
3. On relève donc les abscisses 1 et 4. Les ordonnées 5 et 2 ne sont pas les solutions recherchées.

Vérifier. La liste est complète si les deux intersections annoncées sont toutes les intersections sur le domaine étudié. Une fenêtre partielle ne permettrait pas de conclure pour les abscisses hors écran.

Conclure. Les solutions correspondant aux intersections données sont 1 et 4.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche les entrées du domaine $[-2; 4]$ dont le carré vaut 9.

Construire la réponse.

1. L'équation est $g(x) = 9$, donc $x^2 = 9$. Dans les réels, les solutions sont -3 et 3.
2. Le domaine impose $-2 \leq x \leq 4$. La valeur -3 est inférieure à -2 et doit être écartée.
3. La valeur 3 est comprise entre -2 et 4, donc elle reste candidate.

Vérifier. $g(3) = 3^2 = 9$ vérifie bien la sortie demandée. Bien que $(-3)^2 = 9$, cette valeur ne peut pas être un antécédent pour une fonction dont le domaine l'exclut.

Conclure. 9 possède un seul antécédent pour cette fonction : 3.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La fonction est strictement décroissante sur un intervalle qui contient les deux entrées à comparer.

Construire la réponse.

1. On vérifie $3 \in [2; 8]$ et $7 \in [2; 8]$: la propriété de décroissance s'applique aux deux.
2. Les entrées sont dans l'ordre $3 < 7$. Une fonction strictement décroissante inverse cet ordre pour les images.
3. On en déduit donc $f(3) > f(7)$. La stricte décroissance justifie un signe strict plutôt qu'une simple inégalité large.

Vérifier. Imaginer le déplacement de l'abscisse 3 vers 7 revient à aller vers la droite sur une portion descendante. L'image finale est donc plus petite. Il n'est pas nécessaire de connaître les valeurs numériques.

Conclure. $f(3) > f(7)$.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche toutes les valeurs réelles de x , sans restriction de signe.

Construire la réponse.

1. On divise les deux membres de $2x^2 = 50$ par 2 : $x^2 = 25$.
2. Le nombre positif de carré 25 est 5, mais son opposé -5 a aussi ce carré.
3. Les deux candidats sont donc $x = -5$ et $x = 5$.

Vérifier. $2(-5)^2 = 2 \times 25 = 50$ et $2(5)^2 = 50$. Les deux valeurs satisfont l'équation initiale.

Conclure. L'ensemble des solutions est $\{-5; 5\}$.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La multiplication par -3 renverse l'ordre des images ; elle change donc aussi les variations.

Construire la réponse.

1. À la première borne, $g(0) = -3f(0) = -3 \times 1 = -3$.
2. À la seconde borne, $g(2) = -3f(2) = -3 \times 4 = -12$.
3. Pour deux entrées a et b avec $a < b$ dans l'intervalle, la croissance donne $f(a) \leq f(b)$. Multiplier par -3 inverse l'inégalité : $g(a) \geq g(b)$.

Vérifier. La valeur finale -12 est inférieure à la valeur initiale -3 : les valeurs aux bornes sont cohérentes avec la décroissance.

Conclure. g décroît de -3 à -12 sur $[0; 2]$.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche les abscisses de $[-5; 5]$ dont le carré est strictement supérieur à 4.

Construire la réponse.

1. L'égalité $x^2 = 4$ donne les deux limites -2 et 2.
2. Le carré dépasse 4 lorsque $x < -2$ ou $x > 2$. On intersecte ces deux conditions avec $[-5; 5]$.

3. Les bornes -2 et 2 sont exclues, car leur carré vaut exactement 4. Les bornes -5 et 5 sont incluses, car leur carré vaut 25.

Vérifier. À zéro, l'inégalité est fausse ; à -3 et à 3, elle est vraie. Cela confirme les portions retenues de part et d'autre.

Conclure. L'ensemble solution est $[-5; -2[\cup]2; 5]$.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Un point de la courbe doit associer une durée autorisée à la hauteur obtenue par la formule. Chercher si 37 est atteinte revient ensuite à chercher un antécédent.

Construire la réponse.

1. La durée 4 appartient à $[0; 6]$. Son image est $h(4) = 5 \times 4 + 2 = 20 + 2 = 22$. Le point (4; 22) est donc sur la courbe.
2. Pour atteindre 37, on résout $5t + 2 = 37$. Soustraire 2 donne $5t = 35$; diviser par 5 donne $t = 7$.
3. Or 7 n'appartient pas à $[0; 6]$. La solution de l'équation est en dehors de la durée étudiée.

Vérifier. La fonction est affine de coefficient positif 5, donc elle augmente sur $[0; 6]$. Sa plus grande hauteur sur cet intervalle est $h(6) = 30 + 2 = 32$, bien inférieure à 37.

Conclure. Le point proposé appartient à la courbe ; la hauteur 37 n'est pas atteinte sur l'intervalle étudié.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche les plus grande et plus petite images sur tout l'intervalle, en tenant compte des deux portions.

Construire la réponse.

1. Sur $[-1; 2]$, la fonction croît de 0 à 8. Ses images sont donc comprises entre 0 et 8.
2. Sur $[2; 6]$, elle décroît de 8 à -3. Ses images sont comprises entre -3 et 8.
3. La plus grande valeur des deux portions est 8, atteinte en x égal à 2. La plus petite est -3, atteinte en x égal à 6.

Vérifier. Les trois valeurs frontières sont $f(-1) = 0$, $f(2) = 8$ et $f(6) = -3$. Les variations garantissent qu'aucune valeur intermédiaire ne dépasse les extrêmes retenus.

Conclure. Le maximum vaut 8 en 2 ; le minimum vaut -3 en 6.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'aire du carré vaut le carré de son côté c . Il faut une aire au moins égale à 72 et une longueur positive.

Construire la réponse.

1. La condition est $c^2 \geq 72$ avec $c \geq 0$. Sur les nombres positifs, le carré est croissant : cela équivaut à $c \geq \sqrt{72}$.

- La calculatrice donne $\sqrt{72} \approx 8,48528$ cm. Cette valeur est le seuil exact avant arrondi.
- Au dixième de centimètre, on choisit 8,5 cm pour rester au-dessus du seuil ; un arrondi vers le bas pourrait rendre l'aire insuffisante.

Vérifier. $8,5^2 = 72,25 \geq 72$, tandis que $8,4^2 = 70,56 < 72$. Le choix de 8,5 cm est bien le plus petit dixième qui convient.

Conclure. Le côté doit vérifier $c \geq \sqrt{72}$ cm ; si l'on travaille au dixième, le minimum est 8,5 cm.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le domaine traverse zéro : on doit distinguer les deux portions de la fonction carré.

Construire la réponse.

- Sur $[-3; 0]$, x^2 décroît. Multiplier par -2 inverse le sens, donc $h(x) = 8 - 2x^2$ croît.
- Sur $[0; 2]$, le carré croît, donc h décroît.
- Les valeurs utiles sont $h(-3) = 8 - 18 = -10$, $h(0) = 8$ et $h(2) = 8 - 8 = 0$.
- On monte jusqu'à 8, puis on descend : le maximum sur tout l'intervalle vaut 8, atteint en zéro.

Vérifier. Comme $-2x^2 \leq 0$, on a toujours $h(x) \leq 8$. Zéro appartient au domaine et donne l'égalité, ce qui confirme le maximum.

Conclure. h croît de -10 à 8 sur $[-3; 0]$, puis décroît de 8 à 0 sur $[0; 2]$; son maximum est 8 en zéro.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On encadre la racine positive de $x^2 - 5$ et l'on justifie son arrondi au centième.

Construire la réponse.

- $f(2,23) = 2,23^2 - 5 = 4,9729 - 5 = -0,0271$.
- $f(2,24) = 2,24^2 - 5 = 5,0176 - 5 = 0,0176$. La fonction est continue et strictement croissante pour x positif : son unique racine positive se trouve entre ces deux nombres.
- Pour choisir l'arrondi, on teste le milieu $2,235$. Son image vaut $4,995225 - 5 = -0,004775 < 0$. La racine est donc supérieure à $2,235$ et inférieure à $2,24$.

Vérifier. La racine est $\sqrt{5} \approx 2,2360679$, bien dans l'intervalle obtenu. Le test du milieu était nécessaire : un simple encadrement entre deux centièmes ne décide pas toujours lequel est le plus proche.

Conclure. $2,23 < \sqrt{5} < 2,24$ et l'arrondi au centième est $2,24$.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Le carré porte sur l'écart au temps 2 : on respecte les parenthèses à chaque substitution.

Construire la réponse.

(a) $h(0) = 4 - (-2)^2 = 0$ et $h(1) = 4 - (-1)^2 = 3$.

(b) $h(2) = 4 - 0^2 = 4$, $h(3) = 4 - 1^2 = 3$ et $h(4) = 4 - 2^2 = 0$.

(c) On place les points $(0;0)$, $(1;3)$, $(2;4)$, $(3;3)$, $(4;0)$, puis on trace une parabole lisse tournée vers le bas.

Vérifier. Les points à la même distance de 2 ont la même hauteur, ce qui donne un axe de symétrie vertical au temps 2.

Conclure. Le tableau de hauteurs est 0, 3, 4, 3, 0 mètres.

2. **Comprendre la question.** Une image part d'un temps donné ; un antécédent recherche les temps correspondant à une hauteur.

Construire la réponse.

(a) L'image de 1 est $h(1) = 3$ mètres.

(b) Pour les antécédents de 3, on résout $4 - (t - 2)^2 = 3$, donc $(t - 2)^2 = 1$.

(c) Cela donne $t - 2 = -1$ ou $t - 2 = 1$, soit $t = 1$ ou $t = 3$.

Vérifier. Les deux temps appartiennent à $[0;4]$ et donnent la hauteur 3 dans le tableau.

Conclure. L'image de 1 est 3 ; les antécédents de 3 sont 1 et 3 secondes.

3. **Comprendre la question.** La hauteur est maximale quand le carré soustrait est minimal.

Construire la réponse.

(a) Le carré $(t - 2)^2$ est positif ou nul et vaut zéro seulement en 2.

(b) Avant 2, l'écart à 2 diminue, donc le carré diminue et h augmente.

(c) Après 2, l'écart augmente, donc le carré augmente et h diminue.

Vérifier. Les hauteurs passent de 0 à 4 puis reviennent à 0, conformément au tableau et à la symétrie.

Conclure. h croît sur $[0;2]$, décroît sur $[2;4]$, et atteint son maximum de 4 mètres à 2 secondes.

4. **Comprendre la question.** On cherche les instants où la courbe atteint ou dépasse la hauteur 3.

Construire la réponse.

(a) $4 - (t - 2)^2 \geq 3$ équivaut à $(t - 2)^2 \leq 1$.

(b) Un carré est au plus égal à 1 lorsque son argument est entre -1 et 1 : $-1 \leq t - 2 \leq 1$.

(c) En ajoutant 2, on obtient $1 \leq t \leq 3$.

Vérifier. Aux bornes 1 et 3, la hauteur vaut exactement 3 ; au milieu elle vaut 4. L'égalité est autorisée.

Conclure. La hauteur est au moins 3 mètres entre 1 et 3 secondes, bornes incluses.

5. **Comprendre la question.** Ajouter une constante à toutes les hauteurs effectue une translation verticale.

Construire la réponse.

(a) $k(t) = h(t) + 2$ augmente chaque hauteur de 2 mètres sans changer les temps.

(b) Les variations et le temps du maximum restent identiques.

(c) Le maximum devient $4 + 2 = 6$ mètres en t égal à 2.

Vérifier. Les points aux temps 0 et 4 passent eux aussi de 0 à 2 mètres : toute la courbe est décalée de la même quantité.

Conclure. La courbe est translatée de 2 mètres vers le haut et son maximum est 6 mètres au temps 2.

10 Variante autonome et bilan

Pour $g(t) = 9 - (t - 3)^2$ sur $[0;6]$, donne le maximum et les antécédents de 5.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

- Je peux expliquer : variable, image et antécédent.
- Je peux expliquer : lire une courbe et un tableau de variations.
- Je peux expliquer : la fonction carré.
- Je peux expliquer : décaler et multiplier une courbe.
- Je peux expliquer : résoudre avec des courbes.

11 Fiche-mémoire

Variable, image et antécédent.

1. Distingue l'entrée x , la sortie $f(x)$ et le domaine autorisé.
2. Pour une image, remplace x par le nombre donné, avec des parenthèses s'il est négatif, puis respecte les priorités.
3. Pour des antécédents, écris $f(x) = y$ et résous cette équation pour toutes les valeurs possibles.
4. Écarte les solutions hors du domaine et vérifie celles qui restent dans la formule initiale.
5. Pour un point $(a; b)$, contrôle à la fois que a est autorisé et que $f(a) = b$.

Lire une courbe et un tableau de variations.

1. Lis les axes, les unités et l'échelle avant de relever une coordonnée.
2. Pour une image, pars de l'abscisse ; pour des antécédents, pars de l'ordonnée et cherche toutes les rencontres.
3. Pour comparer des images sans formule, vérifie que les entrées sont dans un même intervalle de monotonie.
4. Pour un extremum global, examine toutes les portions et leurs extrémités, puis distingue valeur et position.
5. Précise si la lecture est exacte, approchée ou insuffisante pour conclure à l'unicité.

La fonction carré.

1. Identifie exactement la base élevée au carré ; ajoute des parenthèses pour une substitution négative.
2. Ramène une équation à $x^2 = a$, puis distingue les cas $a < 0$, $a = 0$ et $a > 0$.
3. Pour une inégalité, utilise les variations du carré et les deux bornes opposées.
4. Applique les contraintes du contexte et vérifie l'effet de tout arrondi.

Décaler et multiplier une courbe.

1. Écris la relation exacte entre la nouvelle fonction et la fonction connue.
2. Transforme les images dans l'ordre indiqué, sans changer les entrées.
3. Pour les variations, regarde le signe du facteur multiplicatif ; une addition seule ne les change pas.
4. Calcule les images des bornes et du point de changement, puis limite l'étude au domaine.

Résoudre avec des courbes.

1. Identifie les deux courbes à comparer et vérifie le domaine ainsi que la fenêtre.
2. Relève les abscisses de toutes les intersections visibles sur ce domaine.
3. Pour une inégalité, repère les intervalles où la bonne courbe est au-dessus, puis traite les bornes.
4. Indique la précision de lecture ; si nécessaire, encadre numériquement et justifie l'unicité.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

« L'image de 2 » signifie que x doit être remplacé par 2.

Indice 2 — Un pas de plus.

Effectue la multiplication avant la soustraction.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Les deux entrées sont rangées de la plus petite à la plus grande.

Indice 2 — Un pas de plus.

Une fonction strictement croissante conserve cet ordre.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Un nombre négatif peut lui aussi avoir un carré égal à 16.

Indice 2 — Un pas de plus.

Cherche les deux nombres opposés dont la valeur absolue vaut 4.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Dans $f(x) + 4$, l'entrée x reste identique.

Indice 2 — Un pas de plus.

Chaque ordonnée gagne quatre unités, sans modification de l'abscisse.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Les deux fonctions sont égales là où leurs courbes se rencontrent.

Indice 2 — Un pas de plus.

À chaque intersection, relève la coordonnée horizontale.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$f(2) = 3 \times 2 - 1 = 6 - 1 = 5$. L'entrée est 2, mais sa sortie est 5. Chercher un antécédent de 2 aurait conduit à l'autre équation $3x - 1 = 2$.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Comme $2 < 5$, on obtient $f(2) < f(5)$. La propriété décrit l'ordre des images, pas leur signe : les deux images pourraient être négatives.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$4^2 = (-4)^2 = 16$. L'équation a les deux solutions -4 et 4.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

La courbe est translatée verticalement de quatre unités vers le haut. Ses variations restent les mêmes.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont les abscisses des intersections, puisque la même entrée y donne la même sortie.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. La forme donnée isole une constante maximale et un carré positif ou nul.

Construire la réponse.

1. $g(t) = 9 - (t - 3)^2 \leq 9$, avec égalité pour $t = 3$.
2. Pour les antécédents de 5, $9 - (t - 3)^2 = 5$ donne $(t - 3)^2 = 4$.
3. On obtient $t - 3 = -2$ ou $t - 3 = 2$, donc $t = 1$ ou $t = 5$.

Vérifier. Les deux solutions sont dans $[0; 6]$. Elles sont symétriques autour du temps 3 et redonnent bien la hauteur 5.

Conclure. Le maximum est 9 en t égal à 3 ; les antécédents de 5 sont 1 et 5.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)