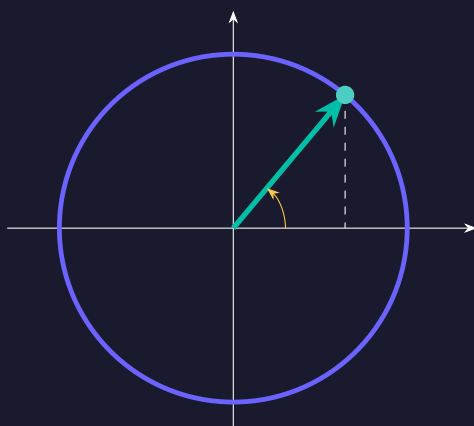


FICHE 06

Géométrie, mesures et volumes

Géométrie ■ Comprendre et s'entraîner



Seconde professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Longueurs, périmètres et aires	3
3.2	Calculer une longueur et vérifier un angle droit	4
3.3	Utiliser une configuration de Thalès	5
3.4	Reconnaître des solides et calculer leur volume	7
3.5	Agrandir une figure ou un solide	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

Un projet concret associe longueurs, aires, volumes et échelle. Les dessins guident le raisonnement, mais chaque calcul doit garder sa grandeur et son unité. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Longueurs, périmètres et aires.
- Calculer une longueur et vérifier un angle droit.
- Utiliser une configuration de Thalès.
- Reconnaître des solides et calculer leur volume.
- Agrandir une figure ou un solide.

2 L'idée avant la formule

Une longueur agrandie par k multiplie une aire par k^2 et un volume par k^3 . Cette distinction évite de convertir un plan comme s'il représentait directement une quantité de matière.

3 Le cours formel

3.1 Longueurs, périmètres et aires

Intuition | Construire la notion pas à pas

Identifier ce que l'on mesure. Le périmètre mesure un contour : son unité est une longueur. L'aire mesure une surface : son unité est le carré d'une longueur. Une bordure et une peinture de la même plaque demandent donc des calculs différents.

Relier les formules à la figure. Le rectangle contient L fois l unités carrées lorsque ses côtés mesurent L et l dans la même unité, d'où $A = Ll$. Son contour comporte deux côtés de chaque longueur, d'où $P = 2(L + l)$. Un triangle a la moitié de l'aire du parallélogramme de même base et de même hauteur : $A = bh/2$.

Choisir les bonnes dimensions. La hauteur d'un triangle est perpendiculaire à la base choisie ; un côté oblique n'est pas forcément une hauteur. Pour un disque, la formule d'aire utilise le rayon, moitié du diamètre : $A = \pi r^2$.

Décomposer sans chevauchement. Une figure composée peut être partagée en surfaces connues. On ajoute les parties juxtaposées et l'on soustrait les trous. Avant cela, on convertit les longueurs dans une unité commune et l'on conserve les unités d'aire jusqu'au résultat.

Définition | Comprendre la notion

Le périmètre mesure le contour, l'aire mesure la surface. Pour un rectangle de côtés L et l , $P = 2(L + l)$ et $A = Ll$. Pour un triangle de base b et de hauteur h correspondante, $A = bh/2$; la hauteur est perpendiculaire à la base. Pour un disque de rayon r , le périmètre est $2\pi r$ et l'aire πr^2 . Le diamètre vaut $2r$. Les angles d'un triangle totalisent 180° . Décompose une figure complexe en formes connues, additionne ou soustrais les aires et garde les unités cohérentes. Une aire en mètres carrés ne se convertit pas comme une longueur.

 Exemple | Exemple commenté

Une plaque de 8 cm sur 5 cm contient un trou circulaire de rayon 1 cm. L'aire du rectangle complet vaut $8 \times 5 = 40$ centimètres carrés. Le trou a pour aire $\pi \times 1^2 = \pi$ centimètres carrés.

Le matériau restant occupe donc $40 - \pi$ centimètres carrés, soit environ 36,86. Le résultat est inférieur à 40, ce qui est cohérent avec le retrait d'un trou.

Ce calcul ne donne pas la longueur des bords à traiter. Pour border aussi le trou, on additionnerait le contour extérieur $2(8 + 5) = 26$ cm et le contour intérieur 2π cm. Le choix entre addition et soustraction dépend donc de la grandeur demandée : aire restante ou longueur de bord.

 Attention | Comprendre une erreur fréquente

Le diamètre n'est pas le rayon, et un côté oblique n'est pas automatiquement une hauteur. Repère les dimensions géométriques avant de remplacer les lettres dans une formule.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

L'aire d'un triangle de base 8 et hauteur 3 vaut...

1. 12
2. 11
3. 24

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.2 Calculer une longueur et vérifier un angle droit

 Intuition | Construire la notion pas à pas

Identifier l'angle droit. Le théorème de Pythagore s'applique à un triangle rectangle. L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit ; c'est aussi le plus long. On place ce côté seul dans l'égalité des carrés.

Choisir addition ou soustraction. Pour rechercher l'hypoténuse, on additionne les carrés des deux petits côtés. Pour rechercher un petit côté, on soustrait son partenaire au carré de l'hypoténuse. On prend ensuite la racine positive parce que la longueur cherchée est positive.

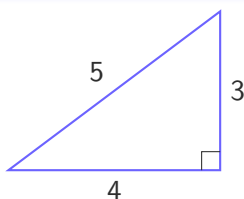
Distinguer calcul et vérification. Si le triangle est déjà connu rectangle, le théorème calcule une longueur. Si l'on connaît les trois côtés et que l'on veut prouver un angle droit, on utilise la réciproque : le carré du plus grand doit évaluer la somme des deux autres carrés.

Ne pas faire confiance à la seule apparence. Une perspective ou un dessin imprécis peut suggérer un angle droit sans le prouver. Pour des mesures arrondies, une égalité approximative doit aussi être distinguée d'une preuve exacte sur les longueurs théoriques.

 Définition | Comprendre la notion

Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypoténuse est la somme des carrés des deux autres côtés. L'hypoténuse est le côté opposé à l'angle droit et le plus long. Pour calculer un petit côté, soustrais les carrés puis prends la racine positive. Pour vérifier qu'un triangle est rectangle, utilise

la réciproque : si le carré du plus grand côté est égal à la somme des deux autres carrés, l'angle opposé au plus grand côté est droit. Un dessin peut suggérer un angle droit sans le prouver. Dans une mesure réelle arrondie, l'égalité exacte doit être distinguée de la tolérance acceptée.



💡 Exemple | Exemple commenté

Une échelle de 5 m repose sur un sol perpendiculaire au mur, avec son pied à 3 m du mur. Le triangle formé est rectangle au pied du mur ; l'échelle est l'hypoténuse.

Si h est la hauteur atteinte, on écrit $h^2 + 3^2 = 5^2$. On soustrait 9 : $h^2 = 25 - 9 = 16$. Les solutions algébriques du carré sont 4 et -4, mais une hauteur est positive : $h = 4$ m.

Le contrôle $4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25 = 5^2$ retrouve l'égalité. La hauteur 4 est également inférieure à l'échelle de 5, ce qui est nécessaire pour un petit côté d'un triangle rectangle.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

L'addition des carrés sert à trouver l'hypoténuse. Si l'hypoténuse est déjà donnée et que l'on cherche un autre côté, il faut une soustraction avant la racine.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Avec des côtés perpendiculaires 3 et 4, l'hypoténuse vaut...

1. 7
2. 5
3. 25

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 Utiliser une configuration de Thalès

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Repérer une réduction de triangle. Dans un triangle ABC, des points M et N sur les côtés issus de A et une droite MN parallèle à BC forment un petit triangle de même forme. Les longueurs correspondantes sont alors multipliées par un même coefficient.

Associer les bons côtés. AM correspond à AB, AN à AC et MN à BC. Pour comparer petit sur grand, tous les rapports doivent conserver cet ordre : $AM/AB = AN/AC = MN/BC$. Inverser seulement un rapport détruit la proportionnalité.

Calculer avec un coefficient commun. Une paire de longueurs connue fournit le coefficient k . Une longueur du petit triangle est k fois la longueur correspondante du grand. Si les points sont à l'intérieur des côtés, $0 \leq k \leq 1$ et les longueurs réduites ne doivent pas dépasser les grandes.

Utiliser la réciproque dans le bon sens. Si l'on veut prouver le parallélisme, on ne peut pas le supposer pour appliquer directement le théorème. On vérifie les alignements, l'ordre des points et l'égalité des rapports, puis on invoque la réciproque.

Définition | Comprendre la notion

Dans un triangle ABC, si M appartient à AB, N à AC et MN est parallèle à BC, alors

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}.$$

Les côtés correspondants doivent garder le même ordre. La proportionnalité permet de calculer une longueur manquante. Réciproquement, des rapports égaux avec les points dans le même ordre permettent de prouver le parallélisme. Il faut vérifier la configuration, pas appliquer des rapports sur n'importe quelle figure. Les triangles obtenus sont semblables, avec un coefficient d'agrandissement ou de réduction commun aux longueurs.

Exemple | Exemple commenté

Dans ABC, on connaît $AB = 10$, $AC = 15$, $AM = 4$, avec M sur AB, N sur AC et MN parallèle à BC. Le rapport petit sur grand est $k = AM/AB = 4/10 = 0,4$.

Thalès donne $AN/AC = 0,4$, donc $AN = 0,4 \times 15 = 6$. Le contrôle $6/15 = 4/10 = 0,4$ retrouve le même coefficient.

La longueur 6 est inférieure à 15, conformément à une réduction. Le rapport inverse grand sur petit serait 2,5 ; il serait utilisable lui aussi, mais seulement en inversant tous les rapports de façon cohérente.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Pour prouver un parallélisme, on utilise la réciproque après avoir vérifié les rapports. Utiliser d'abord le parallélisme comme hypothèse serait un raisonnement circulaire.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Dans une réduction de coefficient 0,5, les longueurs sont...

1. Multipliées par 2
2. Divisées par 2
3. Divisées par 4

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Reconnaître des solides et calculer leur volume

Intuition | Construire la notion pas à pas

Identifier la base et la hauteur. Pour un prisme droit, le volume est l'aire de la base multipliée par la hauteur. Le pavé et le cylindre en sont des exemples. La hauteur est mesurée perpendiculairement aux plans des bases.

Choisir la formule du solide. Un pavé donne Llh , un cube a^3 , un cylindre $\pi r^2 h$. Un cône ou une pyramide de même base et hauteur possède le tiers de ce produit. La forme du solide détermine donc le facteur à utiliser.

Respecter les trois dimensions. Les longueurs doivent être exprimées dans la même unité. Le produit de trois longueurs donne une unité cubique. Comme $1 \text{ dm} = 10 \text{ cm}$, on a $1 \text{ dm}^3 = 1\,000 \text{ cm}^3$, ce qui correspond à un litre.

Traiter les solides composés. On ajoute des volumes disjoints et l'on soustrait le volume d'un trou. Il faut identifier la longueur réellement traversée par le trou, pas seulement son rayon. On vérifie enfin que le volume restant est positif et inférieur au volume initial.

Définition | Comprendre la notion

Un pavé droit a pour volume Llh ; un cube d'arête a a pour volume a^3 . Pour un prisme droit ou un cylindre, le volume est aire de base multipliée par hauteur ; pour le cylindre, $V = \pi r^2 h$. Pour une pyramide ou un cône, $V = Bh/3$ où B est l'aire de la base. Pour une boule de rayon r , $V = 4\pi r^3/3$. Ces dernières formules sont rappelées lorsqu'elles sont utilisées. La hauteur est perpendiculaire à la base, même si une perspective donne une impression différente. Un solide composé peut être décomposé en volumes sans chevauchement ; un trou se soustrait. Les volumes utilisent des unités cubiques ; $1 \text{ L} = 1 \text{ dm}^3$.

Exemple | Exemple commenté

Un réservoir cylindrique de rayon 0,5 m et de hauteur 2 m a une base d'aire $\pi(0,5)^2 = 0,25\pi$ mètre carré. Le volume est donc $0,25\pi \times 2 = 0,5\pi$ mètre cube.

La valeur exacte est conservée avant la conversion : un mètre cube vaut 1 000 litres, donc le volume vaut 500π litres, soit environ 1 570,8 litres.

Le rayon est élevé au carré avant la multiplication par la hauteur. Utiliser 0,5 sans carré calculerait un autre produit avec une unité incorrecte. Un contrôle dimensionnel retrouve bien une aire de base multipliée par une longueur.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un volume utilise des unités cubiques : passer de centimètres à décimètres sur chaque dimension multiplie trois facteurs de conversion. Une conversion de longueur seule ne suffit pas.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Le volume d'un cylindre de rayon r et hauteur h est. . .

1. $\pi r^2 h$
2. $2\pi r h$
3. $\pi r h^2$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Agrandir une figure ou un solide

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Appliquer le même rapport dans toutes les directions. Un agrandissement de rapport positif k multiplie chaque longueur par k et conserve les angles. Les formules sur les aires et volumes supposent cette similitude ; étirer seulement une dimension n'est pas un agrandissement uniforme.

Comprendre les puissances. Une aire rectangulaire Ll devient $(kL)(kl) = k^2 Ll$. Un volume Llh devient $(kL)(kl)(kh) = k^3 Llh$. Les exposants 2 et 3 viennent donc du nombre de dimensions multipliées.

Lire une échelle. À l'échelle 1 : s , une longueur sur le plan correspond à s fois cette longueur en réalité, dans la même unité. Pour retrouver une longueur du plan, on divise au contraire la longueur réelle par s .

Retrouver un rapport à partir d'une aire ou d'un volume. Si le volume doit être multiplié par v , on cherche $k^3 = v$, donc $k = \sqrt[3]{v}$. Le rapport des longueurs n'est pas égal au rapport des volumes. Les conversions d'unités se traitent avec le même soin dimensionnel.

📖 Définition | Comprendre la notion

Une transformation de rapport positif k multiplie les longueurs par k , les aires par k^2 et les volumes par k^3 . Ces puissances viennent du nombre de dimensions multipliées : une aire est un produit de deux longueurs, un volume de trois. Le rapport doit être le même dans toutes les directions pour appliquer ces règles. Une échelle 1 : s signifie qu'une longueur sur le dessin correspond à s fois cette longueur dans la réalité, avec les mêmes unités. Un changement d'échelle conserve les angles et les rapports de longueurs, mais pas les mesures d'aire ou de volume.

💡 Exemple | Exemple commenté

Un modèle est agrandi uniformément avec un rapport 3. Une longueur de 2 cm devient $2 \times 3 = 6$ cm. Une aire de 4 centimètres carrés devient $4 \times 3^2 = 36$ centimètres carrés. Un volume de 8 centimètres cubes devient $8 \times 3^3 = 216$ centimètres cubes.

On peut contrôler sur un cube d'arête 2 cm : son volume initial est $2^3 = 8$. Après agrandissement, l'arête vaut 6 cm et le volume $6^3 = 216$, soit 27 fois le volume initial.

Le même rapport 3 produit donc des facteurs différents selon la grandeur : 3 pour une longueur, 9 pour une aire et 27 pour un volume.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Un rapport de longueur ne s'applique pas directement à une aire ou à un volume. Identifie la dimension de la grandeur avant de choisir la puissance du coefficient.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Un agrandissement de rapport 2 multiplie les volumes par...

1. 8
2. 2
3. 4

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

Méthode | Longueurs, périmètres et aires

1. Précise si la question porte sur une longueur de contour ou une aire.
2. Identifie les formes et les dimensions utiles, notamment rayon et hauteur perpendiculaire.
3. Convertis les longueurs dans une même unité.
4. Calcule chaque partie, puis additionne ou soustrais selon la figure.
5. Garde une valeur exacte si possible et contrôle l'unité ainsi que l'ordre de grandeur.

Méthode | Calculer une longueur et vérifier un angle droit

1. Justifie que le triangle est rectangle, ou annonce que tu testes la réciproque.
2. Identifie l'hypoténuse ou le plus grand côté.
3. Écris l'égalité symbolique des carrés avant les calculs.
4. Isole le carré recherché puis prends la racine positive.
5. Vérifie l'égalité obtenue, l'unité et la cohérence avec le plus grand côté.

Méthode | Utiliser une configuration de Thalès

1. Vérifie les alignements, l'ordre des points et le parallélisme donné ou recherché.
2. Associe les côtés correspondants des deux triangles.
3. Écris tous les rapports dans le même sens.

4. Calcule le coefficient ou la longueur par proportionnalité.
5. Contrôle l'ordre de grandeur ; pour une preuve de parallélisme, cite la réciproque après vérification des hypothèses.

Méthode | Reconnaître des solides et calculer leur volume

1. Identifie le solide et sa formule de volume.
2. Repère rayon ou diamètre, aire de base et hauteur perpendiculaire.
3. Convertis toutes les longueurs dans une même unité avant le produit.
4. Additionne ou soustrais les volumes utiles, en conservant une valeur exacte si possible.
5. Convertis l'unité cubique ou la capacité et contrôle la taille du résultat.

Méthode | Agrandir une figure ou un solide

1. Identifie le rapport dans le sens départ vers arrivée et vérifie qu'il est uniforme.
2. Distingue longueur, aire et volume.
3. Utilise respectivement k , k^2 ou k^3 .
4. Si le rapport de surface ou de volume est donné, retrouve k avec la racine adaptée.
5. Contrôle les unités et le sens agrandissement ou réduction.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Rectangle ★☆☆

Un rectangle mesure 7 cm sur 4 cm. Calcule son périmètre et son aire.

Exercice 2 — Une diagonale ★☆☆

Un rectangle mesure 6 cm sur 8 cm. Calcule sa diagonale.

Exercice 3 — Un rapport de réduction ★☆☆

Deux triangles semblables ont un coefficient de réduction 0,6. Un côté du grand vaut 12 cm. Combien vaut le côté correspondant du petit ?

Exercice 4 — Pavé droit ★☆☆

Une boîte mesure 30 cm sur 20 cm sur 10 cm. Calcule son volume en cm^3 puis en litres.

Exercice 5 — Lire une échelle ★☆☆

À l'échelle 1 : 200, un mur mesure 4 cm sur le plan. Quelle est sa longueur réelle en mètres ?

Exercice 6 — Rayon ou diamètre ★★☆☆

Un disque a un diamètre de 10 cm. Calcule son aire exacte et arrondie au dixième.

Exercice 7 — Un côté manquant ★★☆☆

Un triangle rectangle a une hypoténuse de 13 cm et un côté de 5 cm. Calcule l'autre côté.

Exercice 8 — Une longueur par Thalès ★★☆☆

Dans ABC, $AM = 3$, $AB = 8$, $AC = 12$, $M \in [AB]$, $N \in [AC]$ et $MN \parallel BC$. Calcule AN.

Exercice 9 — Un cône ★★☆☆

Un cône a un rayon de 3 cm et une hauteur de 8 cm. Avec $V = \pi r^2 h / 3$, calcule son volume exact.

Exercice 10 — Réduire une aire ★★☆☆

Une figure d'aire 120 cm^2 est réduite avec $k = 0,5$. Quelle est la nouvelle aire ?

Exercice 11 — Surface composée ★★☆☆

Une enseigne est formée d'un rectangle de 6 m sur 2 m surmonté d'un triangle de base 6 m et hauteur 1,5 m, sans chevauchement. Calcule l'aire totale.

Exercice 12 — Contrôler l'équerrage ★★☆☆

Un triangle a des côtés 9, 12 et 15 cm. Est-il rectangle ? Et pour 9, 12 et 16 cm ?

Exercice 13 — Vérifier un parallélisme ★★ ★

M est sur $[AB]$, N sur $[AC]$, avec $AM = 4$, $AB = 10$, $AN = 6$, $AC = 15$. Peut-on prouver $MN \parallel BC$?

Exercice 14 — Un volume percé ★★ ★

Un cube d'arête 6 cm est percé d'un trou cylindrique de rayon 1 cm traversant deux faces opposées perpendiculairement. Calcule le volume restant.

Exercice 15 — Doubler un volume ★★ ★

On veut doubler le volume d'un cube. Faut-il doubler son arête ? Quel rapport d'arête convient ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Préparer un abri et sa réserve

Un abri a une base rectangulaire de 6 m sur 4 m. Son toit symétrique forme deux triangles rectangles en coupe, de demi-largeur 2 m et de hauteur 1,5 m. Une cuve cylindrique a un rayon de 0,5 m et une hauteur de 1,2 m.

1. Calcule la longueur inclinée d'un versant du toit.
2. Calcule l'aire totale des deux rectangles de toiture, hors débords.
3. Calcule le volume de la cuve en m^3 puis en litres.
4. Sur un plan au 1 :100, donne les dimensions de la base de l'abri.
5. Sur un triangle semblable, une demi-largeur de 3 m remplace 2 m. Calcule la hauteur correspondante et justifie.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Le contour comprend deux fois chaque côté.

Indice 2. L'aire est un produit de deux longueurs.

Exercice 2

Indice 1. Les côtés du rectangle sont perpendiculaires.

Indice 2. La diagonale est le plus grand côté du triangle.

Exercice 3

Indice 1. Le coefficient s'applique aux longueurs correspondantes.

Indice 2. Une réduction utilise un facteur inférieur à 1.

Exercice 4

Indice 1. Le volume est le produit des trois dimensions.

Indice 2. Divise les centimètres cubes par 1 000 pour obtenir des litres.

Exercice 5

Indice 1. Le réel est 200 fois plus grand que le plan.

Indice 2. 100 cm correspondent à 1 m.

Exercice 6

Indice 1. La formule utilise le rayon.

Indice 2. Divise d'abord le diamètre par 2.

Exercice 7

Indice 1. Ici, il faut soustraire les carrés.

Indice 2. Le côté 13 est l'hypoténuse.

Exercice 8

Indice 1. Utilise $AM/AB = AN/AC$.

Indice 2. Multiplie $3/8$ par 12.

Exercice 9

Indice 1. Calcule d'abord l'aire de la base.

Indice 2. Le facteur $1/3$ distingue le cône du cylindre.

Exercice 10

Indice 1. L'aire dépend de deux dimensions.

Indice 2. Élève le rapport au carré.

Exercice 11

Indice 1. Sépare les deux surfaces.

Indice 2. Le triangle utilise la moitié du produit base-hauteur.

Exercice 12

Indice 1. Identifie le plus grand côté dans chaque cas.

Indice 2. Compare les carrés, pas les longueurs additionnées.

Exercice 13

Indice 1. Compare les deux rapports issus de A.

Indice 2. Vérifie aussi la position des points, donnée dans l'énoncé.

Exercice 14

Indice 1. Le trou doit être retiré du cube.

Indice 2. La hauteur du cylindre est l'arête traversée.

Exercice 15

Indice 1. Le volume est multiplié par le cube du rapport.

Indice 2. Résous $k^3 = 2$ avec un outil numérique.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On calcule deux grandeurs distinctes pour le même rectangle.

Construire la réponse.

1. Le périmètre additionne les quatre côtés : $P = 7 + 4 + 7 + 4 = 2(7 + 4) = 22 \text{ cm}$.
2. L'aire est le produit des deux dimensions : $A = 7 \times 4 = 28 \text{ cm}^2$.

Vérifier. Le périmètre utilise des centimètres ; l'aire des centimètres carrés. Comparer directement 22 et 28 comme s'il s'agissait de la même grandeur n'aurait pas de sens.

Conclure. Le périmètre est 22 cm et l'aire 28 cm^2 .

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La diagonale partage le rectangle en deux triangles rectangles de côtés perpendiculaires 6 et 8 cm.

Construire la réponse.

1. La diagonale d est l'hypoténuse, donc $d^2 = 6^2 + 8^2$.
2. On calcule $d^2 = 36 + 64 = 100$, puis $d = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$.

Vérifier. La diagonale 10 est plus longue que chacun des côtés 6 et 8. Son carré 100 est bien la somme des deux carrés.

Conclure. La diagonale mesure 10 cm.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le coefficient de réduction transforme la longueur du grand triangle en celle du petit.

Construire la réponse.

1. La longueur cherchée vaut $12 \times 0,6 = 7,2 \text{ cm}$.

Vérifier. Le quotient $7,2/12 = 0,6$ retrouve le coefficient. Le résultat est bien plus petit que 12 puisque le coefficient est inférieur à 1.

Conclure. Le côté correspondant mesure 7,2 cm.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La boîte est un pavé droit dont les trois dimensions sont en centimètres.

Construire la réponse.

1. Le volume vaut $V = 30 \times 20 \times 10 = 6\,000 \text{ cm}^3$.
2. Un litre vaut $1\,000 \text{ cm}^3$, donc le volume en litres est $6\,000/1\,000 = 6$.

Vérifier. En décimètres, les dimensions sont 3, 2 et 1 ; leur produit vaut $6 \text{ dm}^3 = 6 \text{ litres}$. Cette seconde méthode confirme la conversion.

Conclure. Le volume est $6\,000 \text{ cm}^3$, soit 6 litres.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'échelle 1 :200 signifie que la réalité est deux cents fois plus grande que le plan en longueur.

Construire la réponse.

1. La longueur réelle vaut $4 \times 200 = 800 \text{ cm}$.
2. On convertit en mètres : $800/100 = 8 \text{ m}$.

Vérifier. Huit mètres représentent 800 cm ; divisés par 200, ils redonnent les 4 cm du plan. Cela vérifie le sens de l'échelle.

Conclure. Le mur mesure 8 m en réalité.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La donnée est un diamètre, alors que la formule de l'aire utilise le rayon.

Construire la réponse.

1. Le rayon vaut $r = 10/2 = 5 \text{ cm}$.
2. L'aire exacte est $A = \pi r^2 = \pi \times 25 = 25\pi \text{ cm}^2$.
3. La valeur décimale est environ 78,5398 ; au dixième, elle devient $78,5 \text{ cm}^2$.

Vérifier. Utiliser 10 comme rayon donnerait 100π , soit quatre fois trop, car le doublement du rayon est ensuite élevé au carré.

Conclure. L'aire est $25\pi \text{ cm}^2$, soit environ $78,5 \text{ cm}^2$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'hypoténuse est connue ; on doit soustraire le carré du côté connu.

Construire la réponse.

1. On écrit $x^2 + 5^2 = 13^2$.
2. On isole $x^2 = 169 - 25 = 144$.
3. La longueur positive est $x = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$.

Vérifier. $12^2 + 5^2 = 144 + 25 = 169 = 13^2$, et 12 reste inférieur à l'hypoténuse 13.

Conclure. L'autre côté mesure 12 cm.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les alignements et le parallélisme sont donnés ; le théorème de Thalès s'applique.

Construire la réponse.

1. On associe AM à AB et AN à AC : $AM/AB = AN/AC$.
2. On remplace les valeurs : $3/8 = AN/12$.
3. En multipliant par 12, $AN = 12 \times 3/8 = 36/8 = 4,5$.

Vérifier. $4,5/12 = 0,375 = 3/8$. La longueur AN est inférieure à AC , conforme à la position de N sur le segment.

Conclure. $AN = 4,5$ dans l'unité des données.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le solide est un cône : son volume est le tiers du cylindre de même base et hauteur.

Construire la réponse.

1. L'aire de la base vaut $\pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2$.
2. Le produit base-hauteur vaut $9\pi \times 8 = 72\pi \text{ cm}^3$.
3. On divise par 3 : $V = 24\pi \text{ cm}^3$.

Vérifier. Le résultat est bien le tiers de 72π . Le rayon donné est déjà 3 cm : aucune division par deux n'est nécessaire.

Conclure. Le volume exact est $24\pi \text{ cm}^3$.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La donnée est une aire ; le coefficient de réduction doit être élevé au carré.

Construire la réponse.

1. Le facteur d'aire est $0,5^2 = 0,25$.
2. La nouvelle aire vaut $120 \times 0,25 = 30 \text{ cm}^2$.

Vérifier. Diviser chacune des deux dimensions par deux divise leur produit par quatre. Le résultat 60 aurait appliqué à tort le seul facteur de longueur.

Conclure. La nouvelle aire est 30 cm^2 .

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les deux parties ne se chevauchent pas ; leurs aires s'additionnent.

Construire la réponse.

1. Le rectangle a pour aire $6 \times 2 = 12 \text{ m}^2$.
2. Le triangle a pour base 6 m et hauteur perpendiculaire 1,5 m, donc son aire vaut $6 \times 1,5/2 = 4,5 \text{ m}^2$.
3. L'aire totale est $12 + 4,5 = 16,5 \text{ m}^2$.

Vérifier. Le triangle représente bien la moitié d'un rectangle de 6 m sur 1,5 m, dont l'aire serait 9 mètres carrés. La surface commune n'est qu'une ligne de bord, pas une aire à soustraire.

Conclure. L'enseigne a une aire totale de $16,5 \text{ m}^2$.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On vérifie séparément les deux triangles en utilisant chaque fois le plus grand côté.

Construire la réponse.

1. Pour 9, 12, 15 : $9^2 + 12^2 = 81 + 144 = 225$ et $15^2 = 225$. La réciproque de Pythagore prouve un angle droit opposé au côté 15.
2. Pour 9, 12, 16 : la somme des deux petits carrés reste 225, mais $16^2 = 256$. L'égalité nécessaire à un triangle rectangle n'est pas satisfaite.

Vérifier. Dans les deux cas, les longueurs peuvent former un triangle puisque la somme des deux plus petites dépasse la plus grande. La différence de conclusion porte donc bien sur l'angle droit.

Conclure. Le triangle 9-12-15 est rectangle ; le triangle 9-12-16 ne l'est pas.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le parallélisme n'est pas donné ; on le démontre avec la réciproque.

Construire la réponse.

1. M appartient à $[AB]$ et N à $[AC]$: les alignements et l'ordre des points sont compatibles.
2. On calcule $AM/AB = 4/10 = 0,4$ et $AN/AC = 6/15 = 0,4$.
3. Les deux rapports sont égaux. Les hypothèses de la réciproque de Thalès sont donc réunies.

Vérifier. Le même coefficient de réduction apparaît sur les deux côtés issus de A. La conclusion ne repose pas sur l'apparence d'un dessin.

Conclure. On peut conclure que MN est parallèle à BC.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On retire du cube le cylindre qui le traverse perpendiculairement entre deux faces opposées.

Construire la réponse.

1. Le cube a pour volume $6^3 = 216 \text{ cm}^3$.
2. Le trou a un rayon de 1 cm et une longueur de 6 cm, égale à l'arête traversée. Son volume est $\pi \times 1^2 \times 6 = 6\pi \text{ cm}^3$.
3. Le volume restant vaut $216 - 6\pi \text{ cm}^3$, soit environ $197,15 \text{ cm}^3$.

Vérifier. Le trou représente environ 18,85 centimètres cubes et $197,15 + 18,85 \approx 216$. Le résultat reste positif et inférieur au volume du cube.

Conclure. Le volume restant est $216 - 6\pi \text{ cm}^3 \approx 197,15 \text{ cm}^3$.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le rapport recherché concerne l'arête, alors que l'objectif porte sur le volume.

Construire la réponse.

1. Doubler l'arête donnerait un facteur de volume $2^3 = 8$, bien supérieur à 2.
2. Pour doubler seulement le volume, le rapport k doit vérifier $k^3 = 2$.
3. On obtient $k = \sqrt[3]{2} \approx 1,259921$. L'augmentation relative de l'arête est $k - 1 \approx 0,259921$.

Vérifier. Le cube du rapport exact redonne 2. Une hausse d'environ 26 pour cent de chaque dimension produit donc approximativement le doublement recherché.

Conclure. Il faut multiplier l'arête par $\sqrt[3]{2}$, soit environ 1,26, et non par 2.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** La longueur inclinée est l'hypoténuse du triangle rectangle de coupe.

Construire la réponse.

- (a) Les côtés de l'angle droit mesurent 2 m et 1,5 m.
- (b) Pythagore donne $\ell^2 = 2^2 + 1,5^2 = 4 + 2,25 = 6,25$.
- (c) Une longueur étant positive, $\ell = \sqrt{6,25} = 2,5$ m.

Vérifier. L'hypoténuse 2,5 m est plus longue que chacun des côtés 2 m et 1,5 m.

Conclure. La longueur inclinée d'un versant est de 2,5 m.

2. **Comprendre la question.** La toiture possède deux rectangles dont la largeur réelle suit la pente.

Construire la réponse.

- (a) Chaque versant a pour dimensions 6 m et 2,5 m.
- (b) Son aire vaut $6 \times 2,5 = 15 \text{ m}^2$.
- (c) Les deux versants donnent $2 \times 15 = 30 \text{ m}^2$, hors débords.

Vérifier. Employer la demi-largeur horizontale 2 m donnerait seulement une projection du toit, pas sa surface inclinée.

Conclure. L'aire totale de toiture est de 30 m^2 .

3. **Comprendre la question.** La cuve est un cylindre : son volume est l'aire du disque de base multipliée par la hauteur.

Construire la réponse.

- (a) Le rayon est 0,5 m, donc l'aire de base vaut $\pi(0,5)^2 = 0,25\pi \text{ m}^2$.
- (b) Le volume vaut $0,25\pi \times 1,2 = 0,3\pi \text{ m}^3$.
- (c) Un mètre cube vaut 1000 litres : le volume est donc $300\pi \approx 942,48$ litres.

Vérifier. La conversion multiplie par 1000 et non par 100. Le rayon fourni est déjà la moitié du diamètre : on ne le divise pas encore par deux.

Conclure. La cuve contient $0,3\pi \text{ m}^3$, soit environ 942,48 litres.

4. **Comprendre la question.** L'échelle 1 :100 divise les longueurs réelles par 100 dans une même unité.

Construire la réponse.

- (a) 6 m valent 600 cm et 4 m valent 400 cm.
- (b) Les longueurs sur le plan sont $600/100 = 6$ cm et $400/100 = 4$ cm.

Vérifier. Une longueur de 1 cm sur ce plan correspond à 100 cm, soit 1 m réel.

Conclure. La base se dessine comme un rectangle de 6 cm sur 4 cm.

5. **Comprendre la question.** Des triangles semblables ont des côtés correspondants proportionnels.

Construire la réponse.

- (a) La demi-largeur passe de 2 à 3 m : le coefficient est $k = 3/2 = 1,5$.
- (b) La hauteur est multipliée par le même coefficient : $1,5 \times 1,5 = 2,25$ m.

Vérifier. Le rapport hauteur sur demi-largeur reste $1,5/2 = 2,25/3 = 0,75$.

Conclure. La hauteur correspondante est 2,25 m, sous l'hypothèse de similitude donnée.

10 Variante autonome et bilan

Un cylindre de rayon 0,4 m et hauteur 1 m est agrandi avec un coefficient 2. Compare les volumes.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

- Je peux expliquer : longueurs, périmètres et aires.
- Je peux expliquer : calculer une longueur et vérifier un angle droit.
- Je peux expliquer : utiliser une configuration de Thalès.
- Je peux expliquer : reconnaître des solides et calculer leur volume.
- Je peux expliquer : agrandir une figure ou un solide.

11 Fiche-mémoire

Longueurs, périmètres et aires.

1. Précise si la question porte sur une longueur de contour ou une aire.
2. Identifie les formes et les dimensions utiles, notamment rayon et hauteur perpendiculaire.
3. Convertis les longueurs dans une même unité.
4. Calcule chaque partie, puis additionne ou soustrais selon la figure.
5. Garde une valeur exacte si possible et contrôle l'unité ainsi que l'ordre de grandeur.

Calculer une longueur et vérifier un angle droit.

1. Justifie que le triangle est rectangle, ou annonce que tu testes la réciproque.
2. Identifie l'hypoténuse ou le plus grand côté.
3. Écris l'égalité symbolique des carrés avant les calculs.
4. Isole le carré recherché puis prends la racine positive.
5. Vérifie l'égalité obtenue, l'unité et la cohérence avec le plus grand côté.

Utiliser une configuration de Thalès.

1. Vérifie les alignements, l'ordre des points et le parallélisme donné ou recherché.
2. Associe les côtés correspondants des deux triangles.
3. Écris tous les rapports dans le même sens.
4. Calcule le coefficient ou la longueur par proportionnalité.
5. Contrôle l'ordre de grandeur ; pour une preuve de parallélisme, cite la réciproque après vérification des hypothèses.

Reconnaître des solides et calculer leur volume.

1. Identifie le solide et sa formule de volume.
2. Repère rayon ou diamètre, aire de base et hauteur perpendiculaire.
3. Convertis toutes les longueurs dans une même unité avant le produit.
4. Additionne ou soustrais les volumes utiles, en conservant une valeur exacte si possible.
5. Convertis l'unité cubique ou la capacité et contrôle la taille du résultat.

Agrandir une figure ou un solide.

1. Identifie le rapport dans le sens départ vers arrivée et vérifie qu'il est uniforme.
2. Distingue longueur, aire et volume.
3. Utilise respectivement k , k^2 ou k^3 .
4. Si le rapport de surface ou de volume est donné, retrouve k avec la racine adaptée.
5. Contrôle les unités et le sens agrandissement ou réduction.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

L'aire d'un triangle est la moitié du produit base par hauteur.

Indice 2 — Un pas de plus.

Calcule d'abord 8×3 , puis divise par deux.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La longueur cherchée est l'hypoténuse.

Indice 2 — Un pas de plus.

Son carré vaut $3^2 + 4^2 = 25$.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Le coefficient agit directement sur chaque longueur.

Indice 2 — Un pas de plus.

Multiplier par 0,5 revient à prendre la moitié.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

La base est un disque d'aire πr^2 .

Indice 2 — Un pas de plus.

Le volume est cette aire multipliée par la hauteur.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Un volume multiplie trois longueurs.

Indice 2 — Un pas de plus.

Chacune reçoit le facteur 2.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$$A = 8 \times 3/2 = 12 \text{ unités d'aire.}$$

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

L'hypoténuse vaut $\sqrt{25} = 5$, pas 25.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Les longueurs sont divisées par 2 ; les aires seraient divisées par 4.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$$V = \pi r^2 h.$$

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Le volume est multiplié par $2 \times 2 \times 2 = 8$.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. Un agrandissement multiplie les trois dimensions, donc le volume par le cube du coefficient.

Construire la réponse.

1. Le volume initial est $V = \pi(0,4)^2 \times 1 = 0,16\pi \text{ m}^3$.
2. Après agrandissement, le rayon est 0,8 m et la hauteur 2 m.
3. Le nouveau volume vaut $\pi(0,8)^2 \times 2 = 1,28\pi \text{ m}^3$.

Vérifier. Le quotient des volumes est $1,28/0,16 = 8 = 2^3$.

Conclure. Le volume est multiplié par 8, passant de 0,16 pi à 1,28 pi m^3 .

[Revenir à la recherche, p. 22](#)