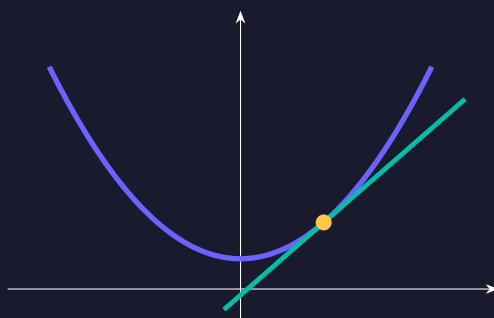


FICHE 03

Suites géométriques et sommes

Analyse ■ Comprendre et s'entraîner



Comprendre Calculer Vérifier

Terminale professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Multiplier toujours par le même facteur	3
3.2	Additionner une suite géométrique	4
3.3	Choisir le modèle d'évolution	5
3.4	Déterminer la première étape qui satisfait une condition	6
3.5	Suites géométriques au tableur	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	22
11	Fiche-mémoire	22
12	Indices des pauses et des preuves	23
13	Explications des pauses et des preuves	25

1 Pourquoi ce chapitre ?

Une réduction régulière en pourcentage donne une suite géométrique. Son étude aide à prévoir un seuil et le total des pertes sur une période. **Ton parcours.** Module du programme professionnel pour les groupements A, B, C. Les automatismes, le raisonnement et les outils numériques se travaillent tout au long du parcours.

- Multiplier toujours par le même facteur.
- Additionner une suite géométrique.
- Choisir le modèle d'évolution.
- Déterminer la première étape qui satisfait une condition.
- Suites géométriques au tableur.

2 L'idée avant la formule

Retirer 20

3 Le cours formel

3.1 Multiplier toujours par le même facteur

Intuition | Construire la notion pas à pas

Reconnaître un facteur constant. Une suite est géométrique lorsque chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par le même nombre q : $u_{n+1} = qu_n$. Ce facteur est la raison. Pour des termes non nuls, on peut le retrouver en divisant un terme par celui qui le précède.

Comprendre l'exposant. Partir de u_0 et multiplier n fois par q donne $u_n = u_0q^n$. Entre les rangs p et n , il y a $n - p$ multiplications : $u_n = u_pq^{n-p}$. L'exposant compte les transitions.

Relier pourcentage et coefficient. Une hausse de t en écriture décimale donne le facteur $1 + t$, une baisse donne $1 - t$. Pour une baisse de 15 pour cent, on conserve 85 pour cent de la valeur : le facteur est 0,85. La diminution en euros change à chaque étape puisque la base change.

Interpréter les variations avec les hypothèses. Pour une suite de termes strictement positifs, $q > 1$ produit une croissance, $0 < q < 1$ une décroissance, et $q = 1$ une valeur constante. Ces conclusions utilisent la positivité ; une raison négative ferait alterner les signes et demande une autre analyse.

Définition | Comprendre la notion

Une suite est géométrique si $u_{n+1} = qu_n$ pour une constante q , sa raison. Dans ces parcours, on étudie surtout les termes positifs et les raisons strictement positives. Alors $u_n = u_0q^n$, ou $u_n = u_pq^{n-p}$ à partir d'un autre rang. Une évolution au taux constant t correspond à $q = 1 + t$. Pour $u_0 > 0$, si $q > 1$, la suite croît ; si $0 < q < 1$, elle décroît ; si $q = 1$, elle est constante. Pour reconnaître une suite géométrique à termes non nuls, compare les quotients de termes consécutifs. Une raison de 1,04 signifie une hausse de 4%.

Exemple | Exemple commenté

Une quantité initiale de 200 diminue de 10 pour cent à chaque étape. Le facteur est $q = 1 - 0,10 = 0,90$. La première étape donne $200 \times 0,9 = 180$, puis la deuxième $180 \times 0,9 = 162$, et la troisième $162 \times 0,9 = 145,8$.

La formule directe retrouve ce résultat : $u_3 = 200 \times 0,9^3 = 200 \times 0,729 = 145,8$. Les diminutions absolues sont 20, puis 18, puis 16,2 ; elles ne sont pas constantes. Ce sont les quotients qui restent égaux à 0,9.

Après trois étapes, le coefficient global est 0,729 : la baisse totale est de 27,1 pour cent, et non de 30 pour cent. Additionner les trois taux ignorerait que chaque baisse porte sur la valeur restante.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une baisse de 8 pour cent correspond au facteur 0,92, pas 0,08. Le facteur multiplicatif représente la part qui reste ; le taux de baisse représente la part perdue.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Une baisse de 8 % correspond à $q =$

1. 0,08
2. 0,92
3. 1,08

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.2 Additionner une suite géométrique

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Additionner des termes qui se multiplient. Une somme géométrique a la forme $S = a + aq + \dots + aq^{N-1}$. Elle contient N termes : le dernier exposant est $N-1$, car le premier terme correspond à l'exposant zéro.

Comprendre la formule par décalage. Multiplier S par q donne $qS = aq + aq^2 + \dots + aq^N$. Quand on soustrait cette nouvelle ligne de la première, les termes intermédiaires s'annulent. Il reste $S - qS = a - aq^N$, soit $(1 - q)S = a(1 - q^N)$.

Traiter le cas particulier avant de diviser. Si $q \neq 1$, on peut diviser par $1 - q$: $S = a(1 - q^N)/(1 - q)$. Si $q = 1$, cette division serait interdite ; tous les termes valent a , donc la somme vaut simplement Na .

Contrôler les signes et les arrondis. Pour $q > 1$, le numérateur et le dénominateur de la formule sont tous deux négatifs ; leur quotient est positif. Pour un effectif modélisé, on conserve les décimales jusqu'au total et l'on précise si des arrondis à chaque période changeraient le modèle.

📖 Définition | Comprendre la notion

Pour $q \neq 1$ et $N \geq 1$,

$$1 + q + \dots + q^{N-1} = \frac{1 - q^N}{1 - q}.$$

Multiplier la somme par q décale tous les termes ; soustraire fait disparaître les termes intermédiaires. Pour N termes à partir de u_p , on obtient $S = u_p(1 - q^N)/(1 - q)$. Si $q = 1$, tous les termes sont égaux et $S = Nu_p$: la fraction précédente n'est pas définie. Cette formule calcule une accumulation

de quantités successives, par exemple une production ou des versements. Il faut identifier la date du premier versement et le nombre de termes.

Exemple | Exemple commenté

Pour $S = 5 + 10 + 20 + 40$, on reconnaît $a = 5$, $q = 2$ et $N = 4$. Multiplier par 2 donne $2S = 10 + 20 + 40 + 80$. Soustraire S de cette égalité laisse $S = 80 - 5 = 75$.

La formule donne le même calcul : $S = 5(1 - 2^4)/(1 - 2) = 5(1 - 16)/(-1) = 5 \times 15 = 75$. Les deux signes négatifs se compensent.

Le dernier terme est $5 \times 2^3 = 40$, mais la formule de la somme contient 2^4 . Il n'y a pas de contradiction : l'exposant 3 repère le quatrième terme, tandis que l'exposant 4 vient du décalage de toute la somme multipliée par q . L'addition directe confirme $5 + 10 + 20 + 40 = 75$.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

La formule avec $1 - q$ au dénominateur ne s'applique pas à $q = 1$. Ce cas n'est pas une somme impossible : c'est simplement l'addition répétée du même nombre.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $q = 1$, la somme de N termes égaux à a vaut...

1. La somme n'existe pas
2. Na
3. a/N

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.3 Choisir le modèle d'évolution

Intuition | Construire la notion pas à pas

Lire les mots qui décrivent l'évolution. « Ajouter 40 chaque mois » décrit un écart constant ; « augmenter de 2 pour cent chaque mois » décrit un coefficient constant. Le premier modèle est arithmétique, le second géométrique. Le montant initial est nécessaire dans les deux cas pour obtenir des valeurs.

Tester une famille sur des données. On compare les différences successives pour chercher un modèle arithmétique et les quotients de termes non nuls pour chercher un modèle géométrique. Des données réelles peuvent être bruitées : un modèle approximatif doit être présenté comme tel.

Respecter l'ordre des opérations. « Augmenter puis ajouter » et « ajouter puis augmenter » ne donnent généralement pas le même résultat. Dans la seconde règle, la somme ajoutée bénéficie elle aussi du pourcentage. Écrire la règle avec des parenthèses rend cette différence visible.

Distinguer prévision et certitude. Une règle compatible avec trois observations peut fournir une estimation du terme suivant. Elle n'établit pas que la même évolution continuera. Une prévision doit préciser les hypothèses, la période visée et la manière d'arrondir si la quantité est un effectif.

Définition | Comprendre la notion

Une hausse constante en quantité correspond à une suite arithmétique. Une hausse constante en proportion correspond à une suite géométrique. Quand une proportion et un apport fixe coexistent, le modèle peut être $u_{n+1} = qu_n + b$, qui n'est généralement ni arithmétique ni géométrique. Décris précisément l'ordre des opérations : ajouter avant ou après une évolution n'est pas équivalent. Les premiers termes servent à vérifier la cohérence de la règle et à discuter les hypothèses : constance du taux, capacité maximale, arrondi, durée d'observation. La prévision est conditionnelle au modèle.

Exemple | Exemple commenté

Deux capitaux commencent à 1 000 euros. Le premier reçoit 50 euros supplémentaires par période : $A_n = 1\,000 + 50n$. Le second augmente de 5 pour cent par période : $B_n = 1\,000 \times 1,05^n$. Après une période, les deux valent 1 050 euros. Après deux périodes, le premier vaut 1 100 euros, tandis que le second vaut $1\,050 \times 1,05 = 1\,102,50$ euros. L'égalité au premier rang ne rend donc pas les modèles identiques. Pour B, la seconde augmentation porte sur 1 050 euros et vaut 52,50 euros ; pour A, elle reste fixée à 50 euros. Comparer les modèles demande de préciser la durée et les valeurs initiales ; le seul pourcentage ne suffit pas à décider quelle quantité est la plus grande dans n'importe quelle situation.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Deux premiers termes peuvent convenir à plusieurs familles. Il faut une règle d'évolution ou davantage d'informations, pas seulement une ressemblance numérique, pour justifier le modèle retenu.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$u_{n+1} = u_n + 12$ est une règle. . .

1. Géométrique de raison 12
2. Arithmétique
3. Sans valeur initiale nécessaire

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.4 Déterminer la première étape qui satisfait une condition

Intuition | Construire la notion pas à pas

Comprendre « le premier rang ». Trouver un terme qui dépasse un seuil ne suffit pas : il faut prouver que les termes précédents ne le dépassent pas. Pour une suite croissante, vérifier le terme retenu et celui qui le précède suffit une fois la croissance établie.

Traduire le caractère strict. « Au moins 60 » signifie ≥ 60 , tandis que « plus de 60 » signifie > 60 . Si un terme vaut exactement 60, il convient dans le premier cas et pas dans le second. Le même soin est nécessaire pour « inférieur » et « inférieur ou égal ».

Le rang est entier. La résolution algébrique peut donner $n \geq 5,714\dots$; les rangs possibles sont pourtant 0, 1, 2, etc. Le premier rang admissible est alors 6. Si l'on obtient $n > 6$, il faut passer à 7 : un simple arrondi usuel n'est pas adapté.

Vérifier que l'objectif peut être atteint. Une suite croissante qui commence au-dessus de 50 ne deviendra pas inférieure à 30. Cette vérification précède une boucle de recherche ; sinon, le programme peut attendre indéfiniment un événement impossible.

Définition | Comprendre la notion

Un seuil sur une suite peut être recherché avec une table, un programme ou une inéquation. Une croissance ou une décroissance justifiée permet de parler du premier rang. Pour une suite arithmétique, on résout une inéquation du premier degré puis on choisit un entier. Pour une suite géométrique, une table convient ; lorsque les logarithmes sont connus, ils permettent aussi de résoudre l'inéquation. Dans tous les cas, vérifie le rang retenu et le rang précédent. La distinction entre $>$ et $\geq$ change parfois la réponse.

Exemple | Exemple commenté

On cherche le premier rang où $u_n = 100 \times 2^n$ atteint au moins 700. La suite est positive et double à chaque étape : elle est strictement croissante. Les valeurs sont $u_0 = 100$, $u_1 = 200$, $u_2 = 400$ et $u_3 = 800$.

Le rang 3 convient, puisque $800 \geq 700$. Le rang précédent ne convient pas : $400 < 700$. Par croissance, tous les rangs encore plus petits donnent une valeur au plus égale à 400 ; aucun ne peut convenir. Le premier rang est donc 3.

Le couple de vérifications « rang retenu / rang précédent » justifie la minimalité. Si le seuil avait été « strictement plus de 800 », le rang 3 aurait été refusé et il aurait fallu passer au rang 4.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Arrondir 5,714 au plus proche donne ici 6, mais cette méthode n'est pas générale. Pour $n > 6$, l'arrondi de 6 resterait 6 alors que le premier entier admissible est 7. Raisonne sur l'inégalité exacte.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

$u_n = 3n$ et $u_n > 12$: premier rang entier positif ou nul ?

1. $n = 4$
2. $n = 5$
3. $n = 3$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 23](#) [Explication, p. 25](#)

3.5 Suites géométriques au tableur

Intuition | Construire la notion pas à pas

Traduire une récurrence en cellules. Une suite décrit des valeurs successives. Le tableur conserve chaque valeur dans une cellule et calcule la suivante sur la ligne d'après. On choisit ici la colonne A pour les rangs et B pour les valeurs : la ligne 2 contient le rang 0 et le terme initial.

Comprendre la recopie. Si la formule de B3 utilise B2, la recopie vers B4 transforme cette référence en B3. Ce déplacement est souhaité : le nouveau terme doit utiliser celui qui le précède. C'est une référence relative.

Garder un paramètre fixe. Si une raison ou un taux est enregistré dans D1, il doit rester lu au même endroit. La référence $\$D\1 bloque sa colonne et sa ligne. Une formule peut donc mélanger une référence relative au terme précédent et une référence absolue au paramètre.

Distinguer rang et numéro de ligne. Le rang zéro occupe déjà une ligne. Le terme de rang n se trouve donc ici en ligne $n + 2$, et les rangs 0 à n représentent $n + 1$ valeurs. Avant une longue recopie, vérifie les trois premiers termes à la main : une erreur de référence se propage à toutes les lignes.

Définition | Comprendre la notion

Un tableur peut placer les rangs dans la colonne A et les valeurs dans B. La ligne 2 contient le rang 0 et la valeur initiale. La ligne 3 calcule le terme suivant ; recopier la formule prolonge la suite. Une référence relative change lors de la recopie ; une référence absolue, écrite avec des signes dollar, conserve sa cellule. Les logiciels francophones utilisent souvent la virgule décimale et les anglophones le point. Vérifie les trois premiers résultats à la main avant de recopier cent lignes.

Exemple | Exemple commenté

Pour $u_0 = 100$ et $u_{n+1} = 1,1u_n$, on place 0 en A2 et 100 en B2. Dans un tableur utilisant la virgule décimale, B3 reçoit $=B2*1,1$.

La recopie en B4 produit $=B3*1,1$. Les valeurs sont 100, 110 puis 121. Les quotients $110/100$ et $121/110$ valent 1,1 ; en revanche les augmentations 10 puis 11 ne sont pas constantes.

Si le taux de 10 % est enregistré dans D1, la formule devient $=B2*(1+\$D\$1)$. Saisir 10 au lieu de 10 % multiplierait par 11 : vérifier dès les premières lignes permet de repérer cette confusion.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une suite de rang 0 à rang 12 contient 13 termes. Le numéro de ligne ne donne pas directement le rang, car la feuille contient un en-tête et commence ici au rang zéro.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Une référence absolue à D1 s'écrit...

1. D\$2
2. D1
3. \$D\$1

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 25](#)

4 Boîte à outils

✂ Méthode | Multiplier toujours par le même facteur

1. Identifie le facteur multiplicatif q , notamment à partir d'un pourcentage.
2. Compte le nombre de multiplications depuis le rang connu.
3. Applique $u_n = u_p q^{n-p}$; garde la précision jusqu'au dernier calcul.
4. Pour retrouver q , relie les termes connus et utilise les hypothèses de signe.
5. Contrôle un calcul par récurrence et vérifie que la tendance est cohérente.

✂ Méthode | Additionner une suite géométrique

1. Identifie le premier terme a , la raison q et le nombre N de termes.
2. Si $q = 1$, calcule Na ; sinon, utilise $a(1 - q^N)/(1 - q)$.
3. Respecte les parenthèses et calcule la puissance avant les soustractions.
4. Conserve les décimales utiles et annonce la règle d'arrondi.
5. Contrôle par une addition courte ou par un encadrement cohérent du total.

✂ Méthode | Choisir le modèle d'évolution

1. Traduis la phrase d'évolution en opération sur le terme courant.
2. Cherche une différence constante ou un quotient constant, sans confondre ces deux tests.
3. Écris la valeur initiale, la récurrence et, si possible, la formule explicite.
4. Calcule une ou deux étapes à la main pour contrôler l'ordre des opérations.
5. Présente une extrapolation comme une prévision conditionnelle et adapte l'arrondi au contexte.

 Méthode | Déterminer la première étape qui satisfait une condition

1. Écris précisément l'inégalité demandée et le domaine des rangs.
2. Contrôle les variations et la possibilité d'atteindre le seuil.
3. Résous l'inégalité ou calcule les termes jusqu'au franchissement.
4. Choisis le premier entier autorisé, en respectant le signe strict ou large.
5. Vérifie le rang retenu et le précédent, puis traduis le rang en date ou en nombre d'étapes.

 Méthode | Suites géométriques au tableur

1. Saisis le rang zéro et la valeur initiale sur la même ligne.
2. Écris la formule de récurrence dans la ligne suivante.
3. Garde relative la référence au terme précédent et fige les paramètres.
4. Vérifie trois valeurs à la main puis recopie.
5. Contrôle le rang final et le nombre de termes de toute somme.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Une multiplication répétée ★★☆☆

$u_0 = 5$ et $q = 2$. Calcule u_1 , u_2 et u_5 .

Exercice 2 — Quatre termes ★★☆☆

Calcule $3 + 6 + 12 + 24$.

Exercice 3 — Montant ou pourcentage ★★☆☆

Un salaire augmente de 40 euros par mois ; un autre de 2 % par mois. Associe chaque évolution à une famille de suites.

Exercice 4 — Un seuil arithmétique ★★☆☆

$u_n = 20 + 7n$. Quel est le premier rang tel que $u_n \geq 60$?

Exercice 5 — Une recopie relative ★★☆☆

B3 contient =B2+5. Quelle formule apparaît en B4 après recopie vers le bas ?

Exercice 6 — Une baisse annuelle ★★☆☆

Une machine vaut 8 000 euros puis perd 15 % de sa valeur chaque année. Donne sa valeur après deux ans.

Exercice 7 — Une somme décroissante ★★☆☆

Calcule $100 + 50 + 25 + 12,5 + 6,25$.

Exercice 8 — L'ordre change le résultat ★★☆☆

À partir de 100, compare « augmenter de 10 %, puis ajouter 20 » et « ajouter 20, puis augmenter de 10 % ».

Exercice 9 — Passer sous un seuil ★★☆☆

$v_n = 80 \times 0,5^n$. Trouve le premier rang tel que $v_n < 10$.

Exercice 10 — Un paramètre fixe ★★☆☆

Le taux est en D1. Une formule utilise le terme précédent B2 et le coefficient $1 + t$. Quelle référence faut-il donner à D1 pour recopier vers le bas ?

Exercice 11 — Retrouver une raison positive ★★★

Une suite géométrique positive a $u_2 = 18$ et $u_4 = 162$. Trouve q puis u_0 .

Exercice 12 — Une production cumulée ★★★

Une production est de 200 pièces la première semaine puis augmente de 10 % par semaine selon un modèle non arrondi. Quel total prévoit-il sur quatre semaines ?

Exercice 13 — Tester une annonce ★★ ★

Une fréquentation est 100, 120, 144 sur trois mois. Propose un modèle simple et prévois le quatrième. Cette prévision est-elle certaine ?

Exercice 14 — Un seuil impossible ★★ ★

$u_n = 50 + 2n$ pour $n \geq 0$. Peut-on chercher avec une boucle le premier rang où $u_n < 30$?

Exercice 15 — Un décalage de rang ★★ ★

Le rang 0 est en ligne 2. Dans quelle ligne se trouve le rang 12 ? Comment vérifier une somme des rangs 0 à 12 ?

6 Problème — Pour aller plus loin

Réduire les pertes d'une production

Au premier mois, les pertes sont de 500 unités. Un plan prévoit de les multiplier par 0,8 chaque mois.

1. Écris la récurrence et le terme général au rang $n \geq 1$.
2. Calcule les pertes du cinquième mois.
3. Calcule le total des cinq premiers mois.
4. Trouve par calculs successifs le premier mois où les pertes sont au plus égales à 150.
5. Propose les formules de tableur et une limite d'interprétation du modèle.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Le facteur 2 s'applique à chaque étape.

Indice 2. Au rang 5, il y a cinq multiplications par 2.

Exercice 2

Indice 1. Le nombre de termes est 4.

Indice 2. L'exposant de la formule est le nombre de termes, pas le dernier rang.

Exercice 3

Indice 1. Une addition fixe et un pourcentage fixe ne décrivent pas le même modèle.

Indice 2. Traduis $+2\%$ par une multiplication.

Exercice 4

Indice 1. Isole n dans l'inéquation.

Indice 2. Prends le premier entier qui satisfait la condition.

Exercice 5

Indice 1. La référence suit le déplacement d'une ligne.

Indice 2. Le nombre 5 ne change pas, contrairement au numéro de ligne.

Exercice 6

Indice 1. Le coefficient d'une baisse est $1 - t$.

Indice 2. La deuxième baisse porte sur la nouvelle valeur.

Exercice 7

Indice 1. Reconnais une division par 2 à chaque étape.

Indice 2. Calcule $0,5^5$ avant le quotient.

Exercice 8

Indice 1. Écris une expression pour chaque phrase.

Indice 2. Les parenthèses indiquent quelle somme subit le taux.

Exercice 9

Indice 1. La suite est décroissante.

Indice 2. Un terme égal à 10 ne suffit pas.

Exercice 10

Indice 1. Le terme précédent doit bouger, le taux doit rester fixe.

Indice 2. Les signes dollar rendent une référence absolue.

Exercice 11

Indice 1. Entre les rangs 2 et 4, il y a deux multiplications.

Indice 2. Utilise $q > 0$ pour choisir la racine.

Exercice 12

Indice 1. Le premier terme est celui de la première semaine.

Indice 2. Quatre semaines correspondent à quatre termes, pas cinq.

Exercice 13

Indice 1. Compare les quotients plutôt que les écarts.

Indice 2. Distingue une règle choisie et un fait futur garanti.

Exercice 14

Indice 1. Compare chaque terme au terme initial.

Indice 2. La suite ne peut que croître à partir de 50.

Exercice 15

Indice 1. Fais correspondre les premiers rangs aux premières lignes.

Indice 2. De 0 à 12 inclus, il y a 13 termes.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La raison 2 signifie que l'on double la valeur à chaque passage au rang suivant.

Construire la réponse.

1. $u_1 = 2u_0 = 2 \times 5 = 10$.
2. $u_2 = 2u_1 = 2 \times 10 = 20$.
3. Du rang 0 au rang 5, il y a cinq doublements : $u_5 = 5 \times 2^5 = 5 \times 32 = 160$.

Vérifier. La trace complète est 5, 10, 20, 40, 80, 160 aux rangs 0 à 5. Elle retrouve les trois résultats et vérifie l'exposant.

Conclure. $u_1 = 10$, $u_2 = 20$ et $u_5 = 160$.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les termes doublent à chaque étape ; il s'agit d'une somme de quatre termes géométriques.

Construire la réponse.

1. On identifie $a = 3$, $q = 2$ et $N = 4$.
2. La formule donne $S = 3(1 - 2^4)/(1 - 2) = 3(1 - 16)/(-1)$.
3. Le quotient vaut $(-15)/(-1) = 15$, donc $S = 3 \times 15 = 45$.

Vérifier. L'addition directe donne $3 + 6 = 9$, puis $9 + 12 = 21$, puis $21 + 24 = 45$. Le dernier terme utilise 2^3 , mais la somme de quatre termes utilise 2^4 .

Conclure. La somme vaut 45.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Il faut identifier ce qui reste constant à chaque mois : un montant ou un taux.

Construire la réponse.

1. Ajouter 40 euros donne $u_{n+1} = u_n + 40$: la différence $u_{n+1} - u_n$ vaut toujours 40.
2. Augmenter de 2 pour cent donne $v_{n+1} = v_n + 0,02v_n = 1,02v_n$: le facteur multiplicatif vaut toujours 1,02.

Vérifier. Pour le second salaire, la hausse en euros vaut $0,02v_n$ et dépend du salaire courant. Elle n'est donc pas une somme fixe de 2 euros ni de 40 euros.

Conclure. Le premier salaire suit une suite arithmétique de raison 40 ; le second, une suite géométrique de raison 1,02. Les salaires initiaux sont nécessaires pour comparer leurs montants.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. « Au moins 60 » autorise l'égalité ; n doit être un entier positif ou nul.
Construire la réponse.

1. $20 + 7n \geq 60$ donne $7n \geq 40$ après soustraction de 20.
2. On divise par 7, positif : $n \geq 40/7 \approx 5,714$.
3. Le premier entier satisfaisant cette condition est 6.

Vérifier. $u_5 = 20 + 35 = 55 < 60$ et $u_6 = 20 + 42 = 62 \geq 60$. La suite croît de 7 à chaque étape, donc aucun rang antérieur à 6 ne convient.

Conclure. Le premier rang est 6.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La recopie descend la formule d'une ligne et adapte les références relatives.
Construire la réponse.

1. B2 est une ligne au-dessus de B3 : ce décalage doit être conservé.
2. En B4, la cellule située une ligne au-dessus est B3.
3. La constante 5 reste inchangée, donc la formule devient =B3+5.

Vérifier. Si B2 vaut 20, B3 vaut 25 et B4 vaut 30. Revenir à B2 donnerait à tort deux fois 25.

Conclure. B4 contient =B3+5.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La perte annuelle de 15 pour cent s'applique chaque fois à la valeur au début de l'année.

Construire la réponse.

1. Le coefficient conservé est $1 - 0,15 = 0,85$.
2. Après une année, la machine vaut $8\,000 \times 0,85 = 6\,800$ euros.
3. Après deux années, elle vaut $6\,800 \times 0,85 = 5\,780$ euros. La formule directe est $8\,000 \times 0,85^2$.

Vérifier. La seconde perte vaut $6\,800 \times 0,15 = 1\,020$ euros, inférieure à la première perte de 1 200 euros. Soustraire deux fois 1 200 aurait supposé une perte fixe, différente de l'énoncé.

Conclure. La valeur après deux ans est 5 780 euros selon ce modèle.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Chaque terme est la moitié du précédent ; cinq termes sont présents.
Construire la réponse.

1. On prend $a = 100$, $q = 0,5$ et $N = 5$.
2. $0,5^5 = 0,03125$, donc $1 - 0,5^5 = 0,96875$.

3. Le dénominateur vaut $1 - 0,5 = 0,5$. Ainsi $S = 100 \times 0,96875 / 0,5 = 193,75$.

Vérifier. L'addition $100 + 50 + 25 + 12,5 + 6,25$ donne bien 193,75. Tous les termes étant positifs, le total dépasse 100 ; il reste inférieur à 200, cohérent avec les diminutions successives.

Conclure. La somme vaut 193,75.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On applique les deux opérations dans l'ordre indiqué à partir de la même valeur 100.

Construire la réponse.

1. Première règle : la hausse donne $100 \times 1,10 = 110$, puis l'ajout de 20 donne 130.
2. Seconde règle : l'ajout donne $100 + 20 = 120$, puis la hausse donne $120 \times 1,10 = 132$.
3. L'écart est $132 - 130 = 2$. Dans la seconde règle, les 20 ajoutés subissent eux aussi une hausse de 10 pour cent, soit $20 \times 0,10 = 2$.

Vérifier. Les écritures $100 \times 1,10 + 20$ et $(100 + 20) \times 1,10$ rendent explicites les deux ordres. Développer la seconde montre le supplément $20 \times 1,10$ au lieu de 20.

Conclure. Les résultats sont 130 et 132 ; les deux règles ne sont pas interchangeables.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La condition est strictement inférieure à 10 ; un terme égal à 10 doit être dépassé d'une étape.

Construire la réponse.

1. On multiplie successivement par 0,5 : les valeurs sont 80, 40, 20, 10, 5 aux rangs 0, 1, 2, 3, 4.
2. Au rang 3, $v_3 = 10$: la condition $v_3 < 10$ est fausse.
3. Au rang 4, $v_4 = 5 < 10$: la condition est vraie.

Vérifier. La suite positive décroît puisque $0 < 0,5 < 1$. Tous les termes avant le rang 3 sont supérieurs à 10 ; le rang 4 est donc bien le premier qui convient.

Conclure. Le premier rang est 4 et le terme correspondant vaut 5.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le terme précédent doit changer à la recopie, tandis que le taux reste dans D1.

Construire la réponse.

1. On écrit le coefficient multiplicateur sous la forme $1 + t$. Un taux de 5 % s'écrit 0,05 ou se saisit au format pourcentage.
2. On fige le taux avec $\$D\1 , ce qui donne $=B2*(1+\$D\$1)$.
3. En recopiant d'une ligne, la formule devient $=B3*(1+\$D\$1)$.

Vérifier. B2 est remplacé par B3, mais le taux reste lu dans D1. Sans blocage de la ligne, le tableur lirait D2.

Conclure. Il faut utiliser la référence absolue \$D\$1.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Deux transitions séparent les rangs 2 et 4 ; elles multiplient donc la valeur par q^2 .

Construire la réponse.

1. $u_4 = u_2 q^2$ donne $162 = 18q^2$. En divisant par 18, on obtient $q^2 = 9$.
2. Les termes de la suite sont positifs : le quotient de deux termes consécutifs est positif, donc $q > 0$. On retient $q = 3$ et non -3.
3. $u_2 = u_0 q^2$ devient $18 = 9u_0$, donc $u_0 = 2$.

Vérifier. $2 \times 3^2 = 18$ et $2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$. Une raison -3 ferait apparaître des termes négatifs aux rangs impairs, incompatible avec la positivité de la suite.

Conclure. $q = 3$ et $u_0 = 2$.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On additionne quatre productions hebdomadaires d'un modèle qui conserve les décimales.

Construire la réponse.

1. La hausse de 10 pour cent donne la raison $q = 1,10$. Les productions sont 200, 220, 242 et $242 \times 1,1 = 266,2$.
2. Le total peut se calculer directement : $200 + 220 + 242 + 266,2 = 928,2$.
3. La formule vérifie $S = 200(1 - 1,1^4)/(1 - 1,1)$. Comme $1,1^4 = 1,4641$, on obtient $200 \times (-0,4641)/(-0,1) = 928,2$.

Vérifier. Le résultat décimal est cohérent avec un modèle non arrondi, mais une production réelle compte des pièces entières. Une règle d'arrondi appliquée chaque semaine constituerait un modèle légèrement différent.

Conclure. Le modèle prévoit 928,2 pièces au total, soit environ 928 pièces après arrondi final.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On recherche un modèle compatible avec trois observations et l'on évalue la portée de la prévision.

Construire la réponse.

1. Les différences sont $120 - 100 = 20$ et $144 - 120 = 24$: elles ne sont pas constantes.
2. Les quotients valent $120/100 = 1,2$ et $144/120 = 1,2$. Un modèle géométrique de raison 1,2 est donc compatible.

3. En poursuivant ce modèle, le quatrième mois donne $144 \times 1,2 = 172,8$, soit environ 173 personnes.

Vérifier. Une fréquentation réelle est entière ; 172,8 est la sortie du modèle avant arrondi. Trois observations ne démontrent pas la stabilité future du taux.

Conclure. La prévision est d'environ 173 personnes, sous l'hypothèse d'une hausse maintenue de 20 pour cent.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Avant de programmer une recherche, il faut déterminer si la condition peut devenir vraie.

Construire la réponse.

1. Pour $n \geq 0$, on a $2n \geq 0$, donc $u_n = 50 + 2n \geq 50$.
2. Comme $50 > 30$, aucun terme ne peut être strictement inférieur à 30.
3. Une boucle qui continuerait tant que $u_n \geq 30$ resterait toujours dans sa condition de continuation. Elle ne trouverait jamais de rang de sortie.

Vérifier. Le terme initial est déjà 50 et chaque étape ajoute 2 : l'évolution s'éloigne du seuil inférieur au lieu de s'en rapprocher.

Conclure. Il n'existe aucun rang demandé. Il faut signaler l'impossibilité avant de lancer une boucle sans borne.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La numérotation des rangs commence à zéro, celle des lignes utiles à 2.

Construire la réponse.

1. Le rang n se trouve en ligne $n + 2$. Pour n égal à 12, la ligne est $12 + 2 = 14$.
2. Les termes vont de B2 à B14, bornes incluses.
3. Le nombre de cellules est $14 - 2 + 1 = 13$, égal au nombre de rangs de 0 à 12.
4. On utilise `=SOMME(B2:B14)` dans un tableur francophone.

Vérifier. La plage inclut bien le terme initial et le terme final. Une plage de 12 cellules oublierait un terme.

Conclure. Le rang 12 est en ligne 14 et la somme contient 13 termes.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Chaque mois conserve 80 % des pertes du mois précédent.

Construire la réponse.

- (a) Le terme initial est $u_1 = 500$.
- (b) La récurrence est $u_{n+1} = 0,8u_n$: la suite est géométrique de raison 0,8.
- (c) Le terme général est $u_n = 500 \times 0,8^{n-1}$, car il y a n moins 1 évolutions après le premier mois.

Vérifier. Au rang 1, la puissance zéro redonne 500. Le coefficient inférieur à 1 fait diminuer les valeurs.

Conclure. Le modèle décrit une réduction de 20 % par mois.

2. **Comprendre la question.** Le cinquième mois vient après quatre réductions.

Construire la réponse.

- (a) $u_5 = 500 \times 0,8^4$.
- (b) $0,8^4 = 0,4096$, donc $u_5 = 204,8$.

Vérifier. Les valeurs des cinq mois sont 500, 400, 320, 256 et 204,8. Une prévision décimale peut représenter une moyenne même si les pertes observées sont entières.

Conclure. Les pertes prévues au cinquième mois sont 204,8 unités.

3. **Comprendre la question.** La somme cumule les cinq mois ; elle ne mesure pas seulement la baisse.

Construire la réponse.

- (a) On utilise $S_5 = 500(1 - 0,8^5)/(1 - 0,8)$.
- (b) Le numérateur intérieur vaut $1 - 0,32768 = 0,67232$ et le dénominateur 0,2.
- (c) On obtient $500 \times 0,67232/0,2 = 1680,8$.

Vérifier. L'addition $500 + 400 + 320 + 256 + 204,8$ donne aussi 1680,8. La différence $500 - 204,8$ serait une autre grandeur.

Conclure. Le cumul des pertes prévues sur les cinq mois vaut 1680,8 unités.

4. **Comprendre la question.** On prolonge les calculs jusqu'au premier terme inférieur ou égal à 150.

Construire la réponse.

- (a) Après $u_5 = 204,8$, on calcule $u_6 = 204,8 \times 0,8 = 163,84$.
- (b) Puis $u_7 = 163,84 \times 0,8 = 131,072$.
- (c) Le mois 6 reste au-dessus de 150, mais le mois 7 passe en dessous.

Vérifier. La suite est strictement décroissante : tous les mois précédents ont des pertes supérieures à celles du mois 6.

Conclure. Le premier mois avec au plus 150 unités de pertes est le mois 7.

5. **Comprendre la question.** Le tableur répète la multiplication et peut conserver le cumul dans une troisième colonne.

Construire la réponse.

- (a) On initialise A2 à 1, B2 à 500 et C2 à 500.
- (b) La ligne suivante utilise $=A2+1$, $=B2*0,8$ et $=C2+B3$, dans un tableur à virgule décimale.
- (c) Après recopie, chaque ligne donne le mois, sa perte prévue et le cumul.
- (d) La baisse constante de 20 % est une hypothèse : les contraintes techniques peuvent modifier le taux, et des pertes observées ne se divisent pas indéfiniment en fractions d'unité.

Vérifier. La ligne du cinquième mois doit donner 204,8 et le cumul 1680,8, comme les calculs manuels.

Conclure. Le tableur automatise le modèle ; de nouvelles observations doivent confirmer sa validité dans la durée.

10 Variante autonome et bilan

Une dépense commence à 200 puis est multipliée par 1,1. Calcule le quatrième terme et la somme des quatre premiers.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

Indices, p. 24 Explication, p. 25

- Je peux expliquer : multiplier toujours par le même facteur.
- Je peux expliquer : additionner une suite géométrique.
- Je peux expliquer : choisir le modèle d'évolution.
- Je peux expliquer : déterminer la première étape qui satisfait une condition.
- Je peux expliquer : suites géométriques au tableur.

11 Fiche-mémoire

Multiplier toujours par le même facteur.

1. Identifie le facteur multiplicatif q , notamment à partir d'un pourcentage.
2. Compte le nombre de multiplications depuis le rang connu.
3. Applique $u_n = u_p q^{n-p}$; garde la précision jusqu'au dernier calcul.
4. Pour retrouver q , relie les termes connus et utilise les hypothèses de signe.
5. Contrôle un calcul par récurrence et vérifie que la tendance est cohérente.

Additionner une suite géométrique.

1. Identifie le premier terme a , la raison q et le nombre N de termes.
2. Si $q = 1$, calcule Na ; sinon, utilise $a(1 - q^N)/(1 - q)$.
3. Respecte les parenthèses et calcule la puissance avant les soustractions.
4. Conserve les décimales utiles et annonce la règle d'arrondi.
5. Contrôle par une addition courte ou par un encadrement cohérent du total.

Choisir le modèle d'évolution.

1. Traduis la phrase d'évolution en opération sur le terme courant.
2. Cherche une différence constante ou un quotient constant, sans confondre ces deux tests.
3. Écris la valeur initiale, la récurrence et, si possible, la formule explicite.
4. Calcule une ou deux étapes à la main pour contrôler l'ordre des opérations.
5. Présente une extrapolation comme une prévision conditionnelle et adapte l'arrondi au contexte.

Déterminer la première étape qui satisfait une condition.

1. Écris précisément l'inégalité demandée et le domaine des rangs.
2. Contrôle les variations et la possibilité d'atteindre le seuil.
3. Résous l'inégalité ou calcule les termes jusqu'au franchissement.
4. Choisis le premier entier autorisé, en respectant le signe strict ou large.
5. Vérifie le rang retenu et le précédent, puis traduis le rang en date ou en nombre d'étapes.

Suites géométriques au tableur.

1. Saisis le rang zéro et la valeur initiale sur la même ligne.
2. Écris la formule de récurrence dans la ligne suivante.
3. Garde relative la référence au terme précédent et fige les paramètres.
4. Vérifie trois valeurs à la main puis recopie.
5. Contrôle le rang final et le nombre de termes de toute somme.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Après une baisse de 8 pour cent, on conserve 92 pour cent.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écris ce pourcentage sous forme décimale.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Si la raison vaut 1, multiplier ne change jamais le terme.

Indice 2 — Un pas de plus.

Il y a N copies du nombre a .

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Observe l'opération qui transforme le terme courant.

Indice 2 — Un pas de plus.

La quantité 12 est ajoutée et non multipliée.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Commence par résoudre $3n > 12$.

Indice 2 — Un pas de plus.

La division par 3 donne $n > 4$, avec une inégalité stricte.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

La référence au terme précédent doit se déplacer.

Indice 2 — Un pas de plus.

La référence à un paramètre fixe doit rester identique.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$q = 1 - 0,08 = 0,92$. Multiplier par 0,08 conserverait seulement 8 pour cent de la valeur.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

La somme vaut $a + \dots + a = Na$. On n'utilise pas une formule qui diviserait par zéro.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$u_{n+1} - u_n = 12$: il s'agit d'une suite arithmétique de raison 12. Une valeur initiale reste nécessaire pour calculer ses termes.

[Revenir à la recherche, p. 6](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Le premier entier est 5 : au rang 4, la valeur 12 ne dépasse pas strictement 12 ; au rang 5, elle vaut 15.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

La référence \$D\$1 bloque la cellule D1 pendant la recopie.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. La dépense croît de 10 % à chaque évolution, à partir d'un premier terme de 200.

Construire la réponse.

1. Le modèle au rang n est $u_n = 200 \times 1,1^{n-1}$.
2. Le quatrième terme vaut $200 \times 1,1^3 = 266,2$.
3. La somme des quatre premiers termes vaut $200(1,1^4 - 1)/(1,1 - 1) = 200 \times 0,4641/0,1 = 928,2$.

Vérifier. L'addition directe $200 + 220 + 242 + 266,2 = 928,2$ confirme la somme.

Conclure. Le quatrième terme est 266,2 et le cumul des quatre premiers est 928,2.

[Revenir à la recherche, p. 22](#)