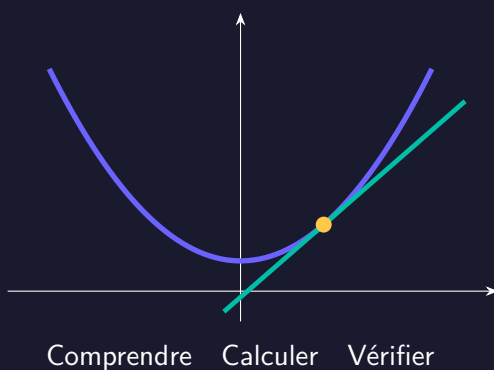


FICHE 06

Intérêts composés et emprunts

Calculs professionnels ■ Comprendre et s'entraîner



Terminale professionnelle
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Les intérêts composés	3
3.2	Taux équivalents en capitalisation	4
3.3	Emprunt à amortissement constant	5
3.4	Emprunt à échéances constantes	7
3.5	Comparer des financements	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	23
11	Fiche-mémoire	23
12	Indices des pauses et des preuves	25
13	Explications des pauses et des preuves	27

1 Pourquoi ce chapitre ?

Un emprunt associe des intérêts et du capital remboursé. Construire l'échéancier permet de contrôler le coût total et la charge à chaque période. **Ton parcours.** Module destiné aux spécialités de baccalauréat professionnel ne comportant pas d'enseignement de physique-chimie. Vérifie cette condition dans le parcours de ta spécialité.

- Les intérêts composés.
- Taux équivalents en capitalisation.
- Emprunt à amortissement constant.
- Emprunt à échéances constantes.
- Comparer des financements.

2 L'idée avant la formule

Une échéance constante ne signifie pas que les intérêts sont constants. À mesure que la dette diminue, la part consacrée au capital augmente.

3 Le cours formel

3.1 Les intérêts composés

Intuition | Construire la notion pas à pas

Changer la base à chaque période. À intérêts composés, les intérêts de la période s'ajoutent au capital. La période suivante calcule donc ses intérêts sur une base plus grande si le taux est positif. Les intérêts déjà acquis produisent eux aussi des intérêts.

Retrouver une suite géométrique. Avec un taux périodique t constant et aucun autre flux, $C_{n+1} = C_n + tC_n = (1+t)C_n$. Après n périodes, on a donc $C_n = C_0(1+t)^n$. L'exposant compte les capitalisations, pas les mois ou années sans vérifier la période du taux.

Distinguer capital final et intérêts cumulés. Le capital final contient le capital initial. Les intérêts accumulés sont $C_n - C_0$. Pour retrouver le capital initial à partir d'une somme finale, on divise par le coefficient global $(1+t)^n$.

Préciser la date des versements. Un apport réalisé en fin de période ne gagne pas d'intérêts pendant la période écoulée : on capitalise d'abord, puis on ajoute l'apport. S'il est effectué au début, il entre dans la base de la période. Ces deux chronologies donnent des récurrences différentes.

Définition | Comprendre la notion

À intérêts composés, les intérêts sont ajoutés au capital à chaque période. Avec un capital initial C et un taux périodique t constant, le capital après n périodes est $C_n = C(1+t)^n$. La suite des capitaux est géométrique de raison $1+t$. Les intérêts gagnés pendant la période n se calculent sur le capital au début de cette période ; les intérêts cumulés valent $C_n - C$. Le modèle suppose ici aucun versement ni retrait, aucun frais ni taxe et un taux constant. Des flux supplémentaires exigent une récurrence qui précise leur date. Un taux annuel et un nombre de mois ne se combinent pas sans conversion de période.

💡 Exemple | Exemple commenté

Un capital de 1 000 euros augmente de 5 pour cent par an, sans frais ni autre flux. Après une année, il vaut $1\,000 \times 1,05 = 1\,050$ euros. La seconde année produit $1\,050 \times 0,05 = 52,50$ euros d'intérêts, donc le capital devient 1 102,50 euros.

La formule directe donne $1\,000 \times 1,05^2 = 1\,102,50$. Les intérêts cumulés sont $1\,102,50 - 1\,000 = 102,50$ euros, composés de 50 euros puis de 52,50 euros.

Avec des intérêts simples, les deux années auraient produit chacune 50 euros. L'écart de 2,50 euros provient des intérêts de la seconde année sur les 50 euros d'intérêts de la première : $50 \times 0,05 = 2,50$.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Avec un versement en fin de période, écris $(1+t)C_n + V$. Écrire $(1+t)(C_n + V)$ rémunérerait le versement pendant une période où il n'était pas encore présent.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

À intérêts composés, le capital suit sans autre flux une suite. . .

1. Géométrie
2. Constante
3. Arithmétique

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 27](#)

3.2 Taux équivalents en capitalisation

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Comparer sur une même durée. Deux taux sont équivalents s'ils donnent le même coefficient global sur la même durée. On compare les capitaux finaux obtenus à partir du même capital initial, et non les seuls nombres écrits comme taux.

Multiplier les coefficients périodiques. Un taux mensuel i correspond au coefficient $1+i$. Douze capitalisations produisent $(1+i)^{12}$. Le taux annuel effectif associé vaut donc $(1+i)^{12} - 1$.

Rechercher le coefficient périodique inverse. Si le taux annuel effectif est t , le coefficient mensuel q doit vérifier $q^{12} = 1+t$. Il vaut $(1+t)^{1/12}$, d'où $i = (1+t)^{1/12} - 1$. On prend la racine du coefficient, pas du taux seul.

Distinguer les conventions. Diviser un taux annuel par 12 donne un taux proportionnel. Ce n'est généralement pas le taux mensuel équivalent à un taux annuel effectif. Une expression contractuelle peut utiliser une convention nominale différente; les exercices précisent celle retenue. Ces conversions mathématiques n'incluent pas automatiquement les frais ou l'assurance.

📖 Définition | Comprendre la notion

Deux taux sont équivalents s'ils donnent le même coefficient global sur une même durée. Pour un taux annuel effectif t et un taux mensuel i , $(1+i)^{12} = 1+t$, donc $i = (1+t)^{1/12} - 1$. Réciproquement, un taux mensuel i donne un taux annuel effectif $(1+i)^{12} - 1$. Diviser le taux annuel par 12 donne

un taux proportionnel, généralement différent. Un contrat peut exprimer un taux nominal annuel avec un taux périodique proportionnel : lis la convention annoncée. Ne confonds pas ce calcul mathématique avec un coût total de crédit incluant frais et assurance. Garde plusieurs décimales dans le taux intermédiaire et arrondis seulement la présentation finale.

Exemple | Exemple commenté

Un taux composé de 1 pour cent par mois donne le coefficient annuel $1,01^{12} \approx 1,126825$. Le taux annuel effectif vaut donc environ 0,126825, soit 12,68 pour cent.

Sur 1 000 euros, le capital final est environ 1 126,83 euros. Un taux annuel effectif de 12 pour cent donnerait seulement 1 120 euros : les deux ne sont donc pas équivalents.

La différence vient des capitalisations mensuelles. Pour retrouver le taux mensuel à partir du coefficient annuel exact, on prend sa racine douzième : $(1,01^{12})^{1/12} = 1,01$. On retire ensuite 1 pour revenir au taux 0,01.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Pour partager un taux composé, prends une racine du coefficient $1 + t$, puis retire 1. Diviser t par le nombre de périodes répond à la convention proportionnelle.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Le coefficient annuel associé à un coefficient mensuel q est...

1. q^{12}
2. $12q$
3. $q/12$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 27](#)

3.3 Emprunt à amortissement constant

Intuition | Construire la notion pas à pas

Décomposer un paiement. Une échéance comprend des intérêts, qui rémunèrent la période écoulée, et un amortissement, qui réduit le capital dû. Soustraire toute l'échéance à la dette oublierait que la partie intérêts ne rembourse pas le capital.

Fixer la part constante. Pour un emprunt C remboursé en n parts égales de capital, l'amortissement vaut $A = C/n$. C'est cette part qui reste constante, pas nécessairement le paiement total.

Construire une ligne du tableau. Au début de la période k , la dette est D_{k-1} . Les intérêts valent $I_k = iD_{k-1}$ avec i le taux de cette période. L'échéance est $A + I_k$ et la dette après paiement est $D_k = D_{k-1} - A$.

Comprendre la diminution des échéances. La dette baisse de A à chaque période, donc les intérêts baissent de iA . Le paiement total baisse du même montant puisque sa partie capital reste fixe.

Contrôler l'ensemble. Les amortissements doivent totaliser C et la dette finale doit être nulle. Le modèle suppose des paiements en fin de période, sans frais ni assurance. Des arrondis monétaires peuvent nécessiter un ajustement de la dernière ligne.

Définition | Comprendre la notion

Un remboursement se décompose en intérêts et amortissement du capital. Pour un capital emprunté C remboursé en n périodes avec amortissement constant, la part de capital remboursée à chaque échéance vaut $A = C/n$. Les intérêts de la période k sont iD_{k-1} , où i est le taux périodique et D_{k-1} la dette au début de cette période. L'échéance vaut $A + iD_{k-1}$; la dette restante devient $D_k = D_{k-1} - A$. Les intérêts et les échéances diminuent puisque la dette diminue. La somme des amortissements doit égaler C et la dette finale doit être nulle. Les exemples supposent les échéances en fin de période, sans frais ni assurance, avec un éventuel ajustement de centimes à la dernière ligne.

Exemple | Exemple commenté

Pour 1 200 euros remboursés en trois ans au taux annuel de 10 pour cent, la part de capital vaut $A = 1\,200/3 = 400$ euros.

La première année, les intérêts portent sur 1 200 euros : ils valent 120 euros. On paie $400 + 120 = 520$ euros et la dette devient 800 euros. La deuxième année, les intérêts valent 80 euros ; on paie 480 euros et la dette devient 400 euros. La troisième année, les intérêts valent 40 euros ; on paie 440 euros et la dette devient zéro.

Le capital remboursé totalise $3 \times 400 = 1\,200$ euros, les intérêts $120 + 80 + 40 = 240$ euros, et les échéances $520 + 480 + 440 = 1\,440$ euros. L'égalité $1\,440 = 1\,200 + 240$ vérifie tout le tableau.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

« Amortissement constant » signifie part de capital constante. Les échéances diminuent parce que les intérêts sont calculés sur une dette de plus en plus petite.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Dans un amortissement constant, ce qui reste constant est...

1. Le montant des intérêts
2. La part de capital remboursée
3. Le total de chaque échéance

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 27](#)

3.4 Emprunt à échéances constantes

Intuition | Construire la notion pas à pas

Fixer le paiement total. À échéances constantes, on verse la même somme A à chaque fin de période. Les intérêts de cette période sont d'abord calculés sur la dette de début : $I_k = iD_{k-1}$. Le reste du paiement, $M_k = A - I_k$, rembourse le capital.

Écrire la récurrence de dette. La dette après paiement est $D_k = D_{k-1} - M_k = (1+i)D_{k-1} - A$. Cette écriture capitalise la dette pendant la période puis retire le paiement final. Elle rend visible le calendrier du modèle.

Comprendre la formule de l'échéance. En répétant la récurrence, on obtient $D_n = C(1+i)^n - A[1 + (1+i) + \dots + (1+i)^{n-1}]$. La somme géométrique vaut $[(1+i)^n - 1]/i$ lorsque $i > 0$. Imposer $D_n = 0$ conduit à $A = Ci/[1 - (1+i)^{-n}]$.

Traiter zéro et les arrondis. Si $i = 0$, on rembourse simplement C/n ; la formule précédente ne doit pas être saisie comme un quotient $0/0$. Dans le calcul théorique, on garde A non arrondie. Un échéancier au centime peut ajuster son dernier paiement.

Respecter les périodes. Une mensualité utilise un taux mensuel, une annuité un taux annuel. Ici, les frais, assurances et paiements initiaux sont absents du modèle.

Définition | Comprendre la notion

Pour un capital C , un taux périodique $i > 0$ et n remboursements égaux A en fin de période, $A = Ci/[1 - (1+i)^{-n}]$. Si $i = 0$, la formule se remplace par $A = C/n$. Le tableau utilise $I_k = iD_{k-1}$, l'amortissement $M_k = A - I_k$, puis $D_k = D_{k-1} - M_k = (1+i)D_{k-1} - A$. Les intérêts diminuent et la part de capital augmente. Le mot annuité désigne une échéance annuelle; pour des mois, on parle de mensualité et on emploie un taux mensuel cohérent. Le modèle suppose ici absence de frais, d'assurance et de paiement initial. Conserve A non arrondie dans le calcul théorique; un échéancier monétaire arrondi peut ajuster la dernière échéance.

Exemple | Exemple commenté

Pour $C = 1000$, $i = 0,10$ et $n = 2$, on a $1,1^{-2} = 100/121$. Le dénominateur de la formule vaut donc $1 - 100/121 = 21/121$. L'échéance exacte est $A = 100/(21/121) = 12\,100/21 \approx 576,19$ euros.

Les intérêts de la première période valent 100 euros. La part de capital est $A - 100 = 10\,000/21 \approx 476,19$ euros et la dette restante $11\,000/21 \approx 523,81$ euros.

La seconde période produit $1\,100/21$ euros d'intérêts. La part de capital du deuxième paiement est $(12\,100 - 1\,100)/21 = 11\,000/21$, exactement la dette restante. Le prêt est donc soldé. Les intérêts diminuent et la part de capital augmente, bien que l'échéance reste identique.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une échéance constante ne rembourse pas toujours la même part de capital. Lorsque la dette baisse, les intérêts baissent ; une plus grande part du même paiement amortit alors le capital.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

À échéances constantes, la part d'intérêts...

1. Reste toujours constante
2. Augmente toujours
3. Diminue lorsque la dette diminue

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 27](#)

3.5 Comparer des financements

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Définir le périmètre de la comparaison. On relève le capital réellement reçu, les dates et montants des paiements, les frais et les assurances indiqués. Un taux nominal ou une mensualité isolée ne décrit pas tous ces flux.

Calculer un coût total dans ce périmètre. On additionne les remboursements et les frais payés séparément, puis on retire le capital reçu. Ce calcul donne le coût total des éléments inclus ; il ne calcule pas à lui seul un taux global réglementaire ni une actualisation des flux.

Distinguer coût et effort périodique. Une durée plus longue peut réduire la mensualité tout en augmentant le total payé. Une offre moins coûteuse peut donc exiger un effort mensuel plus important. Les deux indicateurs répondent à des contraintes différentes.

Éviter les doubles comptes. Une assurance déjà incluse dans une échéance ne doit pas être ajoutée une seconde fois. Des frais déjà déduits du montant réellement reçu demandent également une lecture cohérente des flux.

Formuler une conclusion limitée aux données. On précise l'écart de coût et la différence de calendrier ou de paiement. Une décision réelle exige aussi des prestations et garanties comparables ; les exercices établissent seulement la comparaison dans leurs hypothèses explicites.

📖 Définition | Comprendre la notion

Pour comparer des offres, fixe le même capital réellement disponible, la même durée et les mêmes dates de paiement. Calcule le total des remboursements, les frais et les assurances indiqués, puis soustrais le capital reçu pour obtenir le coût dans le périmètre retenu. Une mensualité plus faible peut simplement provenir d'une durée plus longue et coûter davantage au total. Un taux affiché seul ne suffit pas si les frais diffèrent. Les exercices ne calculent un taux global réglementaire que

si la méthode et tous les flux sont explicitement fournis. Un tableau de comparaison doit séparer coût total et contrainte de trésorerie. Une offre moins coûteuse peut demander des paiements plus élevés. La conclusion doit donc répondre au critère demandé et annoncer les éléments non inclus.

💡 Exemple | Exemple commenté

Pour un capital reçu de 2 000 euros, A demande douze paiements de 180 euros et 40 euros de frais séparés. Ses sorties totalisent $12 \times 180 + 40 = 2\,200$ euros ; son coût est donc 200 euros.

B demande dix paiements de 218 euros sans frais. Ses sorties totalisent $10 \times 218 = 2\,180$ euros ; son coût est 180 euros. B coûte donc 20 euros de moins dans les éléments annoncés.

En revanche, le paiement périodique de B dépasse celui de A de $218 - 180 = 38$ euros, et sa durée est plus courte. La conclusion distingue donc un coût total moindre et un effort périodique plus élevé, sans réduire la comparaison à un seul montant mensuel.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

La mensualité la plus faible n'est pas nécessairement le financement le moins coûteux. Multiplie toujours par le nombre de paiements et ajoute les frais réellement prévus.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Pour comparer le coût de deux prêts, il faut. . .

1. Comparer seulement la mensualité
2. Comparer seulement le taux nominal
3. Inclure les frais et assurances indiqués

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 26](#) [Explication, p. 27](#)

4 Boîte à outils

✂ Méthode | Les intérêts composés

1. Identifie la période du taux et le nombre de capitalisations.
2. Vérifie les hypothèses : taux constant, frais et éventuels apports ou retraits.
3. Sans autre flux, utilise $C_n = C_0(1 + t)^n$; avec flux, écris une récurrence qui respecte leur date.
4. Soustrais le capital initial si les intérêts cumulés sont demandés.
5. Contrôle les premières périodes à la main et garde la précision jusqu'à l'arrondi final.

✂ Méthode | Taux équivalents en capitalisation

1. Précise les périodes comparées et la convention effective ou proportionnelle.
2. Convertis les taux en coefficients multiplicateurs.

3. Pour regrouper des périodes, élève le coefficient à une puissance ; pour partager, prends la racine correspondante.
4. Retire 1 pour retrouver un taux, puis convertis en pourcentage.
5. Contrôle que les deux taux reconstituent le même capital sur la durée commune.

✂ Méthode | Emprunt à amortissement constant

1. Identifie le capital, le nombre de périodes et le taux périodique cohérent.
2. Calcule l'amortissement constant $A = C/n$.
3. À chaque ligne, calcule les intérêts sur la dette de début de période.
4. Additionne intérêts et amortissement pour l'échéance, puis retire seulement l'amortissement de la dette.
5. Vérifie dette finale nulle, somme des amortissements et décomposition du total payé.

✂ Méthode | Emprunt à échéances constantes

1. Vérifie le capital, le nombre d'échéances, leur date et le taux de la même période.
2. Calcule A avec la formule si $i > 0$, ou C/n si $i = 0$.
3. Pour chaque ligne, calcule les intérêts puis l'amortissement $A - I_k$.
4. Actualise la dette avec $D_k = (1 + i)D_{k-1} - A$.
5. Conserve la précision théorique et vérifie que la dette finale est nulle avant de gérer les centimes.

✂ Méthode | Comparer des financements

1. Liste le capital reçu et tous les paiements, frais et assurances du périmètre.
2. Vérifie ce qui est inclus ou payé séparément pour éviter les doubles comptes.
3. Calcule le total des sorties puis soustrais le capital reçu.
4. Compare aussi durée, dates et montant périodique.
5. Conclue selon le critère demandé en indiquant les éléments absents ou non comparables.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Deux périodes ★★☆☆

Calcule le capital après deux ans pour 2 000 euros à 10 % composé annuel.

Exercice 2 — Du semestre à l'année ★★☆☆

Un taux semestriel composé vaut 5 %. Calcule son taux annuel équivalent.

Exercice 3 — Part de capital ★★☆☆

Un emprunt de 6 000 euros est amorti également sur 12 mois. Quelle est la part mensuelle de capital ?

Exercice 4 — Sans intérêts ★★☆☆

Un prêt sans intérêts de 2 400 euros est remboursé sur 12 mois égaux, sans frais. Calcule la mensualité.

Exercice 5 — Un coût global ★★☆☆

Un prêt de 3 000 euros exige 12 mensualités de 270 euros et 60 euros de frais initiaux payés séparément. Calcule le coût total hors assurance.

Exercice 6 — Retrouver le capital initial ★★★☆☆

Un capital devient 1 331 euros après trois ans à 10 % composé. Retrouve C.

Exercice 7 — De l'année au semestre ★★★☆☆

Quel taux semestriel équivaut à 21 % annuel effectif ?

Exercice 8 — Deux premières lignes ★★★☆☆

$C = 1\,000$ euros, $n = 4$, $i = 2\%$ par période. Calcule les deux premières échéances à amortissement constant.

Exercice 9 — Décomposer une échéance ★★★☆☆

La dette avant paiement vaut 5 000 euros, $i = 1\%$ et la mensualité 300 euros. Calcule intérêts, amortissement et dette après paiement.

Exercice 10 — Mensualité et durée ★★★☆☆

Pour un même capital, A demande 12×100 euros et B 18×75 euros, sans frais. Quelle offre coûte le moins ?

Exercice 11 — Un versement périodique ★★★★★

Un compte contient 500 euros. Chaque année, il gagne 2 %, puis reçoit 100 euros en fin d'année. Écris la récurrence et calcule C_1 et C_2 .

Exercice 12 — Deux conventions ★★★★★

Compare le taux mensuel proportionnel à 12 % annuel et le taux mensuel équivalent à 12 % annuel effectif.

Exercice 13 — Coût total ★★ ★

Pour $C = 1\,000$, $n = 4$ et $i = 2\%$, calcule le total des intérêts.

Exercice 14 — Construire un échéancier ★★ ★

$C = 1\,000$ euros, $i = 10\%$, $n = 2$. Calcule l'échéance théorique puis les deux dettes restantes sans arrondis intermédiaires.

Exercice 15 — Assurance périodique ★★ ★

Pour 5 000 euros reçus, A demande 24×225 euros plus 5 euros d'assurance par mois. B demande 24×228 euros assurance incluse et 50 euros de frais. Compare.

6 Problème — Pour aller plus loin

Comparer deux remboursements

On emprunte 1 200 euros sur trois ans à 10 % annuel, avec paiements en fin d'année, sans frais ni assurance. A utilise un amortissement constant ; B des annuités constantes.

1. Construis les trois échéances de A.
2. Calcule le total d'intérêts de A.
3. Calcule l'annuité théorique de B, sans arrondi intermédiaire.
4. Décris les trois lignes de B et calcule son coût total.
5. Compare les coûts et la première échéance ; explique l'effet d'arrondis monétaires.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. La raison est 1,1.

Indice 2. Éleve-la au carré.

Exercice 2

Indice 1. Deux capitalisations ont lieu.

Indice 2. Le taux est le coefficient moins 1.

Exercice 3

Indice 1. Divise le capital par le nombre d'échéances.

Indice 2. Ne confonds pas amortissement et mensualité totale.

Exercice 4

Indice 1. Traite à part le taux nul.

Indice 2. Tout paiement rembourse ici du capital.

Exercice 5

Indice 1. Ajoute les frais une seule fois.

Indice 2. Retire le capital emprunté.

Exercice 6

Indice 1. Divise par le coefficient global.

Indice 2. Il ne faut pas retirer trois fois 10 %.

Exercice 7

Indice 1. Prends la racine carrée du coefficient.

Indice 2. Ne divise pas 21 % par 2.

Exercice 8

Indice 1. Actualise la dette après chaque remboursement.

Indice 2. La part de capital reste 250.

Exercice 9

Indice 1. Calcule les intérêts avant la part de capital.

Indice 2. Seul l'amortissement réduit la dette.

Exercice 10

Indice 1. Multiplie nombre et montant des paiements.

Indice 2. Le plus petit paiement n'est pas forcément le plus petit coût.

Exercice 11

Indice 1. Respecte l'ordre intérêts puis versement.

Indice 2. La suite n'est plus simplement géométrique.

Exercice 12

Indice 1. Un calcul divise le taux, l'autre prend une racine du coefficient.

Indice 2. Annonce la convention avec le résultat.

Exercice 13

Indice 1. Additionne les intérêts des quatre lignes.

Indice 2. Le capital remboursé n'est pas un coût d'intérêt.

Exercice 14

Indice 1. Applique $D \text{ suivant} = 1,1D - A$.

Indice 2. Garde la valeur exacte pour obtenir une dette finale nulle.

Exercice 15

Indice 1. Inclue l'assurance chaque mois pour A.

Indice 2. Les frais de B ne sont payés qu'une fois.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le taux de 10 pour cent est capitalisé deux fois, une fois par année.

Construire la réponse.

1. Le coefficient annuel est $1 + 0,10 = 1,10$.
2. Après deux ans, $C_2 = 2\,000 \times 1,1^2 = 2\,000 \times 1,21 = 2\,420$ euros.
3. Les intérêts cumulés valent $2\,420 - 2\,000 = 420$ euros.

Vérifier. La première année donne 200 euros d'intérêts et un capital de 2 200 euros. La seconde donne 220 euros, soit 420 au total. Cela confirme la capitalisation.

Conclure. Le capital final est 2 420 euros, dont 420 euros d'intérêts cumulés.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Une année comporte deux semestres de capitalisation à 5 pour cent.

Construire la réponse.

1. Le coefficient semestriel est 1,05.
2. Le coefficient annuel est $1,05^2 = 1,1025$.
3. Le taux annuel est $1,1025 - 1 = 0,1025$, soit 10,25 pour cent.

Vérifier. Un capital de 100 devient 105 puis 110,25. La hausse totale est bien 10,25, et non 10.

Conclure. Le taux annuel équivalent est 10,25 pour cent.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le capital est réparti en douze parts égales de remboursement.

Construire la réponse.

1. La part mensuelle de capital vaut $6\,000/12 = 500$ euros.

Vérifier. Douze amortissements de 500 euros totalisent bien 6 000 euros. Sans taux d'intérêt fourni, on ne peut pas déterminer les échéances totales.

Conclure. L'amortissement mensuel est de 500 euros, auxquels s'ajoutent les intérêts de la période.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le taux est nul et aucun frais n'est prévu : tous les paiements remboursent du capital.

Construire la réponse.

1. On partage 2 400 euros en douze montants égaux : $A = 2\,400/12 = 200$ euros.
2. On n'utilise pas directement la formule avec i au numérateur, car son dénominateur serait lui aussi nul.

Vérifier. $12 \times 200 = 2\,400$ et aucun intérêt ne s'ajoute au capital.

Conclure. La mensualité est de 200 euros.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les frais sont payés séparément des mensualités et le calcul demandé exclut l'assurance.

Construire la réponse.

1. Les douze mensualités totalisent $12 \times 270 = 3\,240$ euros.
2. On ajoute les frais initiaux : $3\,240 + 60 = 3\,300$ euros de sorties.
3. Le coût hors assurance est $3\,300 - 3\,000 = 300$ euros.

Vérifier. Les remboursements dépassent le capital de 240 euros, auxquels s'ajoutent 60 euros de frais : $240 + 60 = 300$. Les deux décompositions concordent.

Conclure. Le coût total est de 300 euros hors assurance.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le capital initial est multiplié par le même coefficient annuel pendant trois ans.

Construire la réponse.

1. La relation est $1\,331 = C \times 1,1^3$.
2. On calcule $1,1^3 = 1,331$.
3. En divisant, $C = 1\,331/1,331 = 1\,000$ euros.

Vérifier. $1\,000 \times 1,1 = 1\,100$, puis 1 210, puis 1 331 : les trois étapes retrouvent le montant final.

Conclure. Le capital initial était de 1 000 euros.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche un coefficient semestriel qui, appliqué deux fois, redonne le coefficient annuel 1,21.

Construire la réponse.

1. On écrit $(1 + i)^2 = 1,21$.
2. Le coefficient est positif : $1 + i = \sqrt{1,21} = 1,1$.
3. On soustrait 1 : $i = 0,1$, soit 10 pour cent.

Vérifier. $1,1^2 = 1,21$ reconstitue exactement la hausse annuelle de 21 pour cent.

Conclure. Le taux semestriel équivalent est 10 pour cent.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La part de capital est constante, tandis que les intérêts suivent la dette restante.

Construire la réponse.

1. L'amortissement est $A = 1\,000/4 = 250$ euros par période.
2. Première période : intérêts $1\,000 \times 0,02 = 20$ euros ; échéance $250 + 20 = 270$ euros ; dette finale $1\,000 - 250 = 750$ euros.
3. Deuxième période : intérêts $750 \times 0,02 = 15$ euros ; échéance $250 + 15 = 265$ euros ; dette finale $750 - 250 = 500$ euros.

Vérifier. Les intérêts baissent de $250 \times 0,02 = 5$ euros et les échéances aussi. Les deux amortissements totalisent 500 euros, ce qui correspond à la réduction de la dette.

Conclure. Les deux premières échéances sont 270 et 265 euros ; les dettes restantes sont 750 puis 500 euros.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le paiement de 300 euros doit d'abord couvrir les intérêts de la période.

Construire la réponse.

1. Les intérêts valent $5\,000 \times 0,01 = 50$ euros.
2. L'amortissement est la partie restante : $300 - 50 = 250$ euros.
3. La dette après paiement vaut $5\,000 - 250 = 4\,750$ euros.

Vérifier. La récurrence donne aussi $1,01 \times 5\,000 - 300 = 5\,050 - 300 = 4\,750$. Retirer directement 300 à la dette aurait omis les 50 euros d'intérêts.

Conclure. Intérêts : 50 euros ; amortissement : 250 euros ; dette restante : 4 750 euros.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le capital reçu est identique et aucun frais n'est prévu ; comparer les sorties suffit pour comparer les coûts.

Construire la réponse.

1. A demande $12 \times 100 = 1\,200$ euros au total.
2. B demande $18 \times 75 = 1\,350$ euros au total.
3. L'écart est $1\,350 - 1\,200 = 150$ euros en faveur de A.

Vérifier. B réduit la mensualité de 25 euros, mais ajoute six paiements. On ne peut pas calculer chaque coût absolu sans le montant du capital, mais la différence de coûts est bien 150 puisque ce capital est le même.

Conclure. A coûte 150 euros de moins ; B offre une mensualité plus faible sur une durée plus longue.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les 100 euros sont versés en fin d'année, après le calcul des intérêts.

Construire la réponse.

1. On capitalise le solde courant avec le facteur 1,02, puis on ajoute 100 : $C_{n+1} = 1,02C_n + 100$, avec $C_0 = 500$.
2. Après la première année : $C_1 = 1,02 \times 500 + 100 = 510 + 100 = 610$ euros.
3. Après la seconde : $C_2 = 1,02 \times 610 + 100 = 622,20 + 100 = 722,20$ euros.

Vérifier. Les intérêts sont 10 euros la première année et 12,20 la seconde ; les deux apports totalisent 200 euros. Le bilan $500 + 200 + 10 + 12,20 = 722,20$ confirme le résultat.

Conclure. La récurrence est $C_{n+1} = 1,02C_n + 100$; les deux premiers capitaux sont 610 euros et 722,20 euros.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les deux questions utilisent des conventions différentes, qu'il faut calculer séparément.

Construire la réponse.

1. Le taux mensuel proportionnel à 12 pour cent annuel est $12/12 = 1$ pour cent.
2. Le taux mensuel équivalent à 12 pour cent annuel effectif est $i = 1,12^{1/12} - 1 \approx 0,00948879$, soit environ 0,9489 pour cent.
3. Le second taux est un peu plus faible parce que les douze capitalisations lui permettent de produire exactement 12 pour cent sur l'année.

Vérifier. Le coefficient mensuel équivalent vérifie $(1 + i)^{12} = 1,12$. À 1 pour cent mensuel, le coefficient serait $1,01^{12} \approx 1,126825$, soit environ 12,68 pour cent annuel effectif.

Conclure. Le proportionnel vaut 1 pour cent mensuel ; l'équivalent vaut environ 0,9489 pour cent mensuel.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On additionne les intérêts calculés sur les quatre dettes de début de période.

Construire la réponse.

1. La part de capital est 250 euros, donc les dettes successives sont 1 000, 750, 500 et 250 euros.
2. À 2 pour cent, les intérêts sont respectivement 20, 15, 10 et 5 euros.
3. Leur total est $20 + 15 + 10 + 5 = 50$ euros.
4. Le total payé est le capital plus les intérêts : $1\,000 + 50 = 1\,050$ euros.

Vérifier. Les échéances sont 270, 265, 260 et 255 euros ; leur somme vaut 1 050. Le capital est entièrement amorti après la quatrième période.

Conclure. Les intérêts totalisent 50 euros et les remboursements 1 050 euros.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On conserve les fractions exactes pour éviter qu'un arrondi intermédiaire laisse une dette artificielle.

Construire la réponse.

1. $A = 100/[1 - (1,1)^{-2}] = 100/(21/121) = 12\,100/21$.
2. Après le premier paiement, $D_1 = 1,1 \times 1\,000 - A = 1\,100 - 12\,100/21 = 11\,000/21$.
3. Après le second, $D_2 = (11/10)(11\,000/21) - 12\,100/21 = 12\,100/21 - 12\,100/21 = 0$.
4. Les deux paiements totalisent $24\,200/21$. Les intérêts sont donc $2A - 1\,000 = 3\,200/21 \approx 152,38$ euros.

Vérifier. La première dette est environ 523,809524 euros et l'échéance environ 576,190476 euros. Garder ces valeurs exactes garantit le solde nul ; avec des paiements au centime, on ajusterait si nécessaire la dernière échéance.

Conclure. $A = 12\,100/21$ euros, $D_1 = 11\,000/21$ euros et $D_2 = 0$; les intérêts valent environ 152,38 euros.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On inclut l'assurance dans chaque offre sans la compter deux fois.

Construire la réponse.

1. Pour A, la sortie mensuelle totale est $225 + 5 = 230$ euros. Sur 24 mois, elle vaut $24 \times 230 = 5\,520$ euros.
2. Le coût de A est $5\,520 - 5\,000 = 520$ euros.
3. Pour B, les 228 euros incluent déjà l'assurance. Les sorties valent $24 \times 228 + 50 = 5\,472 + 50 = 5\,522$ euros.
4. Le coût de B est $5\,522 - 5\,000 = 522$ euros. L'écart de coût est donc 2 euros.

Vérifier. Les mensualités de B sont plus faibles de 2 euros, soit 48 euros sur la durée, mais ses 50 euros de frais inversent l'avantage de 2 euros. Ce contrôle retrouve la différence totale.

Conclure. A coûte 2 euros de moins dans le périmètre indiqué ; la comparaison suppose des garanties et conditions comparables.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Un amortissement constant rembourse la même part de capital chaque année, mais les intérêts portent sur la dette restante.

Construire la réponse.

- (a) La part de capital annuelle est $1200/3 = 400$ euros.
- (b) Année 1 : dette initiale 1200, intérêts $1200 \times 0,10 = 120$, échéance $400 + 120 = 520$, dette finale 800.
- (c) Année 2 : dette initiale 800, intérêts 80, échéance 480, dette finale 400.
- (d) Année 3 : dette initiale 400, intérêts 40, échéance 440, dette finale zéro.

Vérifier. Les trois amortissements totalisent 1200 euros. Les échéances diminuent parce que les intérêts diminuent, tandis que la part de capital reste fixe.

Conclure. Les échéances de A sont 520, 480 et 440 euros.

2. **Comprendre la question.** Le coût du crédit, dans les hypothèses sans frais, est la somme des intérêts.

Construire la réponse.

- (a) Les intérêts totalisent $120 + 80 + 40 = 240$ euros.
- (b) Le total remboursé vaut $520 + 480 + 440 = 1440$ euros.

Vérifier. $1440 - 1200 = 240$ retrouve le coût en retirant le capital emprunté du total payé.

Conclure. A coûte 240 euros d'intérêts, pour un remboursement total de 1440 euros.

3. **Comprendre la question.** Une annuité constante répartit différemment capital et intérêts tout en gardant le même paiement total.

Construire la réponse.

- (a) Avec un taux par période $i = 0,10$ et trois périodes, $a = 1200i/(1 - (1 + i)^{-3})$.
- (b) On remplace : $a = 120/(1 - 1,1^{-3}) \approx 482,537764$ euros.
- (c) Cette valeur non arrondie doit être conservée pour le tableau théorique ; l'affichage au centime viendra après.

Vérifier. Le taux est annuel et les paiements annuels en fin de période, ce qui correspond bien aux conditions de la formule.

Conclure. L'annuité théorique de B est d'environ 482,537764 euros, soit 482,54 euros à l'affichage.

4. **Comprendre la question.** Chaque ligne calcule d'abord les intérêts, puis le capital remboursé et la nouvelle dette.

Construire la réponse.

- (a) Année 1 : intérêts 120 ; amortissement $a - 120 \approx 362,537764$; dette finale $1200 - (a - 120) \approx 837,462236$.
- (b) Année 2 : intérêts $0,1 \times 837,462236 \approx 83,746224$; amortissement environ 398,791541 ; dette finale environ 438,670695.
- (c) Année 3 : intérêts environ 43,867069 ; amortissement environ 438,670695 ; la dette finale est nulle avec les valeurs exactes.
- (d) Le coût total vaut $3a - 1200 \approx 247,613293$ euros. Le total remboursé vaut environ 1447,613293 euros.

Vérifier. La somme des intérêts 120, 83,746224 et 43,867069 retrouve environ 247,613293 euros. Les décimales affichées sont arrondies, mais le calcul de référence conserve la précision.

Conclure. B coûte environ 247,61 euros d'intérêts dans ce modèle théorique.

5. **Comprendre la question.** Le coût total et le montant de la première échéance sont deux critères différents.

Construire la réponse.

- (a) L'écart de coût est $247,613293 - 240 \approx 7,61$ euros : A est moins coûteux.
- (b) La première échéance de A est 520 euros, contre environ 482,54 pour B : A exige davantage au départ.
- (c) A rembourse plus vite le capital au début ; une dette restante plus faible produit ensuite moins d'intérêts.
- (d) Avec des paiements et intérêts arrondis au centime à chaque ligne, un petit solde peut subsister. La dernière échéance doit alors être ajustée pour solder exactement la dette.

Vérifier. Les frais et assurances ont été exclus par l'énoncé : la comparaison porte uniquement sur les intérêts de ces deux calendriers.

Conclure. A économise environ 7,61 euros d'intérêts ; B propose une première échéance moins élevée et un montant régulier.

10 Variante autonome et bilan

Un emprunt de 900 euros est amorti également sur trois périodes à 2 % par période. Calcule les échéances et le coût.

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

Indices, p. 26 Explication, p. 27

- Je peux expliquer : les intérêts composés.
- Je peux expliquer : taux équivalents en capitalisation.
- Je peux expliquer : emprunt à amortissement constant.
- Je peux expliquer : emprunt à échéances constantes.
- Je peux expliquer : comparer des financements.

11 Fiche-mémoire

Les intérêts composés.

1. Identifie la période du taux et le nombre de capitalisations.
2. Vérifie les hypothèses : taux constant, frais et éventuels apports ou retraits.
3. Sans autre flux, utilise $C_n = C_0(1 + t)^n$; avec flux, écris une récurrence qui respecte leur date.
4. Soustrais le capital initial si les intérêts cumulés sont demandés.
5. Contrôle les premières périodes à la main et garde la précision jusqu'à l'arrondi final.

Taux équivalents en capitalisation.

1. Précise les périodes comparées et la convention effective ou proportionnelle.
2. Convertis les taux en coefficients multiplicateurs.
3. Pour regrouper des périodes, élève le coefficient à une puissance ; pour partager, prends la racine correspondante.
4. Retire 1 pour retrouver un taux, puis convertis en pourcentage.
5. Contrôle que les deux taux reconstituent le même capital sur la durée commune.

Emprunt à amortissement constant.

1. Identifie le capital, le nombre de périodes et le taux périodique cohérent.
2. Calcule l'amortissement constant $A = C/n$.
3. À chaque ligne, calcule les intérêts sur la dette de début de période.
4. Additionne intérêts et amortissement pour l'échéance, puis retire seulement l'amortissement de la dette.
5. Vérifie dette finale nulle, somme des amortissements et décomposition du total payé.

Emprunt à échéances constantes.

1. Vérifie le capital, le nombre d'échéances, leur date et le taux de la même période.
2. Calcule A avec la formule si $i > 0$, ou C/n si $i = 0$.
3. Pour chaque ligne, calcule les intérêts puis l'amortissement $A - I_k$.
4. Actualise la dette avec $D_k = (1 + i)D_{k-1} - A$.
5. Conserve la précision théorique et vérifie que la dette finale est nulle avant de gérer les centimes.

Comparer des financements.

1. Liste le capital reçu et tous les paiements, frais et assurances du périmètre.

2. Vérifie ce qui est inclus ou payé séparément pour éviter les doubles comptes.
3. Calcule le total des sorties puis soustrais le capital reçu.
4. Compare aussi durée, dates et montant périodique.
5. Conclue selon le critère demandé en indiquant les éléments absents ou non comparables.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Sans apport ni retrait, chaque période multiplie le capital par $1 + t$.

Indice 2 — Un pas de plus.

Le facteur reste constant lorsque le taux est constant.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Chaque mois multiplie le capital par q .

Indice 2 — Un pas de plus.

Douze mois produisent douze facteurs q .

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Une échéance se décompose en capital et intérêts.

Indice 2 — Un pas de plus.

Dans ce modèle, le capital est partagé en n parts égales.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Les intérêts sont le taux périodique multiplié par la dette au début de la période.

Indice 2 — Un pas de plus.

La dette diminue au fil du remboursement dans ce modèle.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Le coût dépend de toutes les sorties liées au financement dans le périmètre étudié.

Indice 2 — Un pas de plus.

Les frais et assurances peuvent modifier le classement des mensualités seules.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Le capital suit alors une suite géométrique de raison $1 + t$.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Le coefficient annuel est q^{12} .

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

La part de capital remboursée est constante ; les intérêts et les échéances diminuent.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

La part d'intérêts diminue, tandis que la part de capital dans l'échéance augmente.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Il faut inclure les frais et assurances indiqués, sans doubler ceux déjà compris dans les échéances.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. Un amortissement égal répartit les 900 euros de capital sur trois périodes.

Construire la réponse.

1. La part de capital remboursée à chaque période est $900/3 = 300$ euros.
2. Les dettes de début sont 900, 600 et 300 euros ; les intérêts à 2 % sont donc 18, 12 et 6 euros.
3. Les échéances sont $300 + 18 = 318$, $300 + 12 = 312$ et $300 + 6 = 306$ euros.
4. Le coût total est $18 + 12 + 6 = 36$ euros.

Vérifier. Les paiements totalisent $318 + 312 + 306 = 936$ euros, soit le capital 900 plus les intérêts 36. Après trois amortissements de 300, la dette est nulle.

Conclure. Les échéances sont 318, 312 et 306 euros ; le coût est 36 euros.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)