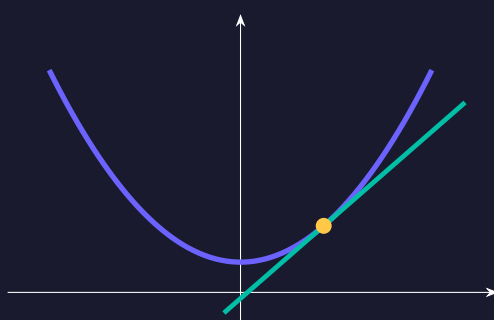


FICHE 01

Suites, sommes et évolutions

Analyse ■ Comprendre et s'entraîner



Comprendre Calculer Vérifier

Terminale STMG et STI2D — commun
Année scolaire 2026–2027

 Cours

 15 exercices

 Problème guidé

 Corrigés

Table des matières

1	Pourquoi ce chapitre ?	3
2	L'idée avant la formule	3
3	Le cours formel	3
3.1	Ajouter toujours la même quantité	3
3.2	Multiplier toujours par le même facteur	4
3.3	Additionner une suite arithmétique	5
3.4	Additionner une suite géométrique	7
3.5	Déterminer la première étape qui satisfait une condition	8
4	Boîte à outils	9
5	Exercices progressifs	11
6	Problème — Pour aller plus loin	13
7	Indices des exercices	14
8	Corrigés détaillés	16
9	Corrigé du problème	21
10	Variante autonome et bilan	23
11	Fiche-mémoire	23
12	Indices des pauses et des preuves	24
13	Explications des pauses et des preuves	26

1 Pourquoi ce chapitre ?

Une campagne demande de prévoir chaque période mais aussi le total accumulé. Il faut compter exactement les termes avant de choisir une formule de somme. **Ton parcours.** Enseignement commun de mathématiques pour les séries STMG et STI2D. Les situations de gestion et les situations techniques mobilisent ici les mêmes notions du programme.

- Ajouter toujours la même quantité.
- Multiplier toujours par le même facteur.
- Additionner une suite arithmétique.
- Additionner une suite géométrique.
- Déterminer la première étape qui satisfait une condition.

2 L'idée avant la formule

Le montant du dernier mois n'est pas le total annuel. Additionner une suite arithmétique utilise la moyenne des extrêmes ; additionner une suite géométrique utilise son coefficient multiplicatif.

3 Le cours formel

3.1 Ajouter toujours la même quantité

Intuition | Construire la notion pas à pas

Reconnaître une différence constante. Une suite est arithmétique lorsqu'on ajoute le même nombre r à chaque étape : $u_{n+1} = u_n + r$. Ce nombre r , appelé raison, peut être positif, nul ou négatif. Une diminution fixe de 3 correspond donc à une raison -3 .

Passer des étapes à une formule. À partir de u_0 , une étape donne $u_0 + r$, deux étapes $u_0 + 2r$ et n étapes $u_0 + nr$. Plus généralement, entre les rangs p et n , on effectue $n - p$ étapes : $u_n = u_p + (n - p)r$. La formule compte des écarts de rang, pas le nombre de termes écrits.

Retrouver la raison. Entre deux termes connus, la variation totale est partagée entre toutes les étapes. Si cinq étapes ajoutent 20 au total, chaque étape ajoute $20/5 = 4$. On utilise donc la différence des valeurs divisée par la différence des rangs.

Savoir ce qu'une observation prouve. Trois ou quatre écarts égaux suggèrent un modèle arithmétique. Ils ne démontrent pas que la règle se poursuivra indéfiniment. La règle doit être donnée, justifiée par le contexte ou explicitement adoptée comme hypothèse.

Définition | Comprendre la notion

Une suite est arithmétique si $u_{n+1} = u_n + r$ pour une constante r , appelée raison. Entre deux étapes, la différence est donc constante. À partir du rang 0 : $u_n = u_0 + nr$. À partir d'un rang p : $u_n = u_p + (n - p)r$. La formule compte le nombre d'ajouts entre les deux rangs. Si $r > 0$, la suite croît ; si $r < 0$, elle décroît ; si $r = 0$, elle est constante. Ses points sont alignés, mais ses rangs restent entiers. Une hausse d'un montant fixe est arithmétique ; une hausse d'un pourcentage fixe ne l'est généralement pas.

 Exemple | Exemple commenté

Un stock commence à 120 unités et diminue de 7 unités par jour. En notant $u_0 = 120$, on a $u_{n+1} = u_n - 7$: la raison vaut -7. Après huit jours, il y a huit retraits, donc $u_8 = 120 + 8(-7) = 120 - 56 = 64$.

La trace commence par 120, 113, 106 : les différences successives valent bien -7. On peut aussi partir d'un autre rang : $u_8 = u_2 + (8 - 2)(-7) = 106 - 42 = 64$. Les deux calculs coïncident parce qu'ils comptent le même nombre total de retraits.

Le modèle est valable tant que les retraits restent possibles ; un stock négatif ne représente pas une situation physique autorisée sans information supplémentaire.

 Attention | Comprendre une erreur fréquente

Entre les rangs 1 et 12, il y a onze étapes mais douze termes si l'on compte les deux extrémités. Pour calculer un terme, on compte les étapes ; pour additionner des termes, on compte les termes.

À toi d'essayer : Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$u_0 = 7$, $r = 3$: $u_4 =$

1. 28
2. 16
3. 19

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices](#), p. 24 [Explication](#), p. 26

3.2 Multiplier toujours par le même facteur **Intuition | Construire la notion pas à pas**

Reconnaître un facteur constant. Une suite est géométrique lorsque chaque terme s'obtient en multipliant le précédent par le même nombre q : $u_{n+1} = qu_n$. Ce facteur est la raison. Pour des termes non nuls, on peut le retrouver en divisant un terme par celui qui le précède.

Comprendre l'exposant. Partir de u_0 et multiplier n fois par q donne $u_n = u_0q^n$. Entre les rangs p et n , il y a $n - p$ multiplications : $u_n = u_pq^{n-p}$. L'exposant compte les transitions.

Relier pourcentage et coefficient. Une hausse de t en écriture décimale donne le facteur $1 + t$, une baisse donne $1 - t$. Pour une baisse de 15 pour cent, on conserve 85 pour cent de la valeur : le facteur est 0,85. La diminution en euros change à chaque étape puisque la base change.

Interpréter les variations avec les hypothèses. Pour une suite de termes strictement positifs, $q > 1$ produit une croissance, $0 < q < 1$ une décroissance, et $q = 1$ une valeur constante. Ces conclusions utilisent la positivité ; une raison négative ferait alterner les signes et demande une autre analyse.

 Définition | Comprendre la notion

Une suite est géométrique si $u_{n+1} = qu_n$ pour une constante q , sa raison. Dans ces parcours, on étudie surtout les termes positifs et les raisons strictement positives. Alors $u_n = u_0q^n$, ou

$u_n = u_p q^{n-p}$ à partir d'un autre rang. Une évolution au taux constant t correspond à $q = 1 + t$. Pour $u_0 > 0$, si $q > 1$, la suite croît ; si $0 < q < 1$, elle décroît ; si $q = 1$, elle est constante. Pour reconnaître une suite géométrique à termes non nuls, compare les quotients de termes consécutifs. Une raison de 1,04 signifie une hausse de 4%.

Exemple | Exemple commenté

Une quantité initiale de 200 diminue de 10 pour cent à chaque étape. Le facteur est $q = 1 - 0,10 = 0,90$. La première étape donne $200 \times 0,9 = 180$, puis la deuxième $180 \times 0,9 = 162$, et la troisième $162 \times 0,9 = 145,8$.

La formule directe retrouve ce résultat : $u_3 = 200 \times 0,9^3 = 200 \times 0,729 = 145,8$. Les diminutions absolues sont 20, puis 18, puis 16,2 ; elles ne sont pas constantes. Ce sont les quotients qui restent égaux à 0,9.

Après trois étapes, le coefficient global est 0,729 : la baisse totale est de 27,1 pour cent, et non de 30 pour cent. Additionner les trois taux ignorerait que chaque baisse porte sur la valeur restante.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Une baisse de 8 pour cent correspond au facteur 0,92, pas 0,08. Le facteur multiplicatif représente la part qui reste ; le taux de baisse représente la part perdue.

À toi d'essayer : Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Une baisse de 8 % correspond à $q =$

1. 0,92
2. 1,08
3. 0,08

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.3 Additionner une suite arithmétique

Intuition | Construire la notion pas à pas

Distinguer le dernier terme du total. Une production qui augmente chaque jour possède une valeur quotidienne et une valeur cumulée. Le dernier terme donne la production du dernier jour ; la somme additionne les productions de tous les jours. Multiplier la dernière production par le nombre de jours surestime le total lorsque la production augmente.

Pourquoi la moyenne des extrêmes suffit. Dans une suite arithmétique, le premier terme plus le dernier vaut autant que le deuxième plus l'avant-dernier : l'un gagne r pendant que l'autre perd r . Toutes les paires symétriques ont donc la même somme.

Établir la formule sans cas particulier. Écris une somme S dans l'ordre normal, puis la même somme dans l'ordre inverse. En additionnant colonne par colonne, tu obtiens N fois « premier plus dernier ». Ainsi $2S = N(u_p + u_n)$, donc $S = N(u_p + u_n)/2$. Ce raisonnement fonctionne même si N est impair.

Compter correctement. Entre les rangs p et n inclus, le nombre de termes est $N = n - p + 1$. Le nombre de transitions est $n - p$. Cette différence d'une unité explique de nombreuses erreurs dans les sommes.

Définition | Comprendre la notion

Pour additionner N termes consécutifs d'une suite arithmétique, utilise

$$S = N \frac{\text{premier terme} + \text{dernier terme}}{2}.$$

L'idée est d'associer le premier et le dernier, le deuxième et l'avant-dernier : chaque paire a la même somme. En écrivant la somme dans les deux sens, on obtient $2S = N(\text{premier} + \text{dernier})$. De u_p à u_n inclus, le nombre de termes est $n - p + 1$. En particulier, de u_0 à u_n , il y a $n + 1$ termes et non n . Une valeur à une date et un total cumulé sont deux questions différentes.

Exemple | Exemple commenté

Calculons la somme des termes u_0 à u_4 de $u_n = 10 + 2n$. Les termes sont 10, 12, 14, 16 et 18 : il y en a cinq. La somme écrite à l'envers est 18, 16, 14, 12 et 10.

En additionnant les deux lignes, chaque colonne vaut 28. On obtient $2S = 5 \times 28 = 140$, donc $S = 70$. La formule donne directement $S = 5(10 + 18)/2 = 70$.

Le contrôle par addition, $10 + 12 + 14 + 16 + 18 = 70$, confirme le résultat. La moyenne des cinq termes est $70/5 = 14$, qui est aussi la moyenne des extrêmes $(10 + 18)/2$. Cette propriété repose sur les écarts constants de la suite arithmétique.

Attention | Comprendre une erreur fréquente

Utiliser $n - p$ à la place de $n - p + 1$ oublie un terme. Pour contrôler, écris une petite liste : du rang 3 au rang 5, il y a trois termes mais seulement deux passages.

À toi d'essayer : Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

De u_3 à u_{10} inclus, il y a...

1. 7 termes
2. 8 termes
3. 10 termes

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.4 Additionner une suite géométrique

Intuition | Construire la notion pas à pas

Additionner des termes qui se multiplient. Une somme géométrique a la forme $S = a + aq + \dots + aq^{N-1}$. Elle contient N termes : le dernier exposant est $N-1$, car le premier terme correspond à l'exposant zéro.

Comprendre la formule par décalage. Multiplier S par q donne $qS = aq + aq^2 + \dots + aq^N$. Quand on soustrait cette nouvelle ligne de la première, les termes intermédiaires s'annulent. Il reste $S - qS = a - aq^N$, soit $(1 - q)S = a(1 - q^N)$.

Traiter le cas particulier avant de diviser. Si $q \neq 1$, on peut diviser par $1 - q$: $S = a(1 - q^N)/(1 - q)$. Si $q = 1$, cette division serait interdite ; tous les termes valent a , donc la somme vaut simplement Na .

Contrôler les signes et les arrondis. Pour $q > 1$, le numérateur et le dénominateur de la formule sont tous deux négatifs ; leur quotient est positif. Pour un effectif modélisé, on conserve les décimales jusqu'au total et l'on précise si des arrondis à chaque période changeraient le modèle.

Définition | Comprendre la notion

Pour $q \neq 1$ et $N \geq 1$,

$$1 + q + \dots + q^{N-1} = \frac{1 - q^N}{1 - q}.$$

Multiplier la somme par q décale tous les termes ; soustraire fait disparaître les termes intermédiaires. Pour N termes à partir de u_p , on obtient $S = u_p(1 - q^N)/(1 - q)$. Si $q = 1$, tous les termes sont égaux et $S = Nu_p$: la fraction précédente n'est pas définie. Cette formule calcule une accumulation de quantités successives, par exemple une production ou des versements. Il faut identifier la date du premier versement et le nombre de termes.

Exemple | Exemple commenté

Pour $S = 5 + 10 + 20 + 40$, on reconnaît $a = 5$, $q = 2$ et $N = 4$. Multiplier par 2 donne $2S = 10 + 20 + 40 + 80$. Soustraire S de cette égalité laisse $S = 80 - 5 = 75$.

La formule donne le même calcul : $S = 5(1 - 2^4)/(1 - 2) = 5(1 - 16)/(-1) = 5 \times 15 = 75$. Les deux signes négatifs se compensent.

Le dernier terme est $5 \times 2^3 = 40$, mais la formule de la somme contient 2^4 . Il n'y a pas de contradiction : l'exposant 3 repère le quatrième terme, tandis que l'exposant 4 vient du décalage de toute la somme multipliée par q . L'addition directe confirme $5 + 10 + 20 + 40 = 75$.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

La formule avec $1 - q$ au dénominateur ne s'applique pas à $q = 1$. Ce cas n'est pas une somme impossible : c'est simplement l'addition répétée du même nombre.

À toi d'essayer : Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Pour $q = 1$, la somme de N termes égaux à a vaut...

1. Na
2. La somme n'existe pas
3. a/N

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 24](#) [Explication, p. 26](#)

3.5 Déterminer la première étape qui satisfait une condition

🧠 Intuition | Construire la notion pas à pas

Comprendre « le premier rang ». Trouver un terme qui dépasse un seuil ne suffit pas : il faut prouver que les termes précédents ne le dépassent pas. Pour une suite croissante, vérifier le terme retenu et celui qui le précède suffit une fois la croissance établie.

Traduire le caractère strict. « Au moins 60 » signifie ≥ 60 , tandis que « plus de 60 » signifie > 60 . Si un terme vaut exactement 60, il convient dans le premier cas et pas dans le second. Le même soin est nécessaire pour « inférieur » et « inférieur ou égal ».

Le rang est entier. La résolution algébrique peut donner $n \geq 5,714\dots$; les rangs possibles sont pourtant 0, 1, 2, etc. Le premier rang admissible est alors 6. Si l'on obtient $n > 6$, il faut passer à 7 : un simple arrondi usuel n'est pas adapté.

Vérifier que l'objectif peut être atteint. Une suite croissante qui commence au-dessus de 50 ne deviendra pas inférieure à 30. Cette vérification précède une boucle de recherche ; sinon, le programme peut attendre indéfiniment un événement impossible.

📖 Définition | Comprendre la notion

Un seuil sur une suite peut être recherché avec une table, un programme ou une inéquation. Une croissance ou une décroissance justifiée permet de parler du premier rang. Pour une suite arithmétique, on résout une inéquation du premier degré puis on choisit un entier. Pour une suite géométrique, une table convient ; lorsque les logarithmes sont connus, ils permettent aussi de résoudre l'inéquation. Dans tous les cas, vérifie le rang retenu et le rang précédent. La distinction entre $>$ et $\geq$ change parfois la réponse.

💡 Exemple | Exemple commenté

On cherche le premier rang où $u_n = 100 \times 2^n$ atteint au moins 700. La suite est positive et double à chaque étape : elle est strictement croissante. Les valeurs sont $u_0 = 100$, $u_1 = 200$, $u_2 = 400$ et $u_3 = 800$.

Le rang 3 convient, puisque $800 \geq 700$. Le rang précédent ne convient pas : $400 < 700$. Par croissance, tous les rangs encore plus petits donnent une valeur au plus égale à 400 ; aucun ne peut convenir. Le premier rang est donc 3.

Le couple de vérifications « rang retenu / rang précédent » justifie la minimalité. Si le seuil avait été « strictement plus de 800 », le rang 3 aurait été refusé et il aurait fallu passer au rang 4.

⚠ Attention | Comprendre une erreur fréquente

Arrondir 5,714 au plus proche donne ici 6, mais cette méthode n'est pas générale. Pour $n > 6$, l'arrondi de 6 resterait 6 alors que le premier entier admissible est 7. Raisonne sur l'inégalité exacte.

À toi d'essayer : Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

$u_n = 3n$ et $u_n > 12$: premier rang entier positif ou nul ?

1. $n = 5$
2. $n = 3$
3. $n = 4$

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

[Indices, p. 25](#) [Explication, p. 26](#)

4 Boîte à outils

✂ Méthode | Ajouter toujours la même quantité

1. Calcule une différence « terme suivant moins terme précédent » pour identifier r .
2. Compte les étapes par une différence de rangs.
3. Applique $u_n = u_p + (n - p)r$ en conservant le signe de r .
4. Si r est inconnue, divise la différence des valeurs par la différence des rangs.
5. Contrôle le résultat avec un terme connu et les contraintes du contexte.

✂ Méthode | Multiplier toujours par le même facteur

1. Identifie le facteur multiplicatif q , notamment à partir d'un pourcentage.
2. Compte le nombre de multiplications depuis le rang connu.
3. Applique $u_n = u_p q^{n-p}$; garde la précision jusqu'au dernier calcul.
4. Pour retrouver q , relie les termes connus et utilise les hypothèses de signe.
5. Contrôle un calcul par récurrence et vérifie que la tendance est cohérente.

✂ Méthode | Additionner une suite arithmétique

1. Identifie le premier et le dernier rang de la somme, bornes incluses.
2. Calcule les deux termes extrêmes avec la formule de la suite.

3. Compte $N = n - p + 1$ termes, puis applique $S = N(u_p + u_n)/2$.
4. Contrôle l'ordre de grandeur : pour des termes positifs, le total est entre N fois le plus petit et N fois le plus grand.
5. Traduis le total dans l'unité demandée, sans le confondre avec le dernier terme.

Méthode | Additionner une suite géométrique

1. Identifie le premier terme a , la raison q et le nombre N de termes.
2. Si $q = 1$, calcule Na ; sinon, utilise $a(1 - q^N)/(1 - q)$.
3. Respecte les parenthèses et calcule la puissance avant les soustractions.
4. Conserve les décimales utiles et annonce la règle d'arrondi.
5. Contrôle par une addition courte ou par un encadrement cohérent du total.

Méthode | Déterminer la première étape qui satisfait une condition

1. Écris précisément l'inégalité demandée et le domaine des rangs.
2. Contrôle les variations et la possibilité d'atteindre le seuil.
3. Résous l'inégalité ou calcule les termes jusqu'au franchissement.
4. Choisis le premier entier autorisé, en respectant le signe strict ou large.
5. Vérifie le rang retenu et le précédent, puis traduis le rang en date ou en nombre d'étapes.

5 Exercices progressifs

Les exercices 1 à 5 consolident les bases ; 6 à 10 demandent plusieurs étapes ; 11 à 15 t'invitent à choisir, justifier et contrôler. Cherche avant de consulter les indices.

Exercice 1 — Lire une raison ★☆☆

La suite commence par 9, 14, 19, 24. Si elle est arithmétique, quelle est sa raison et quel est le terme suivant ?

Exercice 2 — Une multiplication répétée ★☆☆

$u_0 = 5$ et $q = 2$. Calcule u_1 , u_2 et u_5 .

Exercice 3 — Une somme connue ★☆☆

Calcule $1 + 2 + \dots + 20$.

Exercice 4 — Quatre termes ★☆☆

Calcule $3 + 6 + 12 + 24$.

Exercice 5 — Un seuil arithmétique ★☆☆

$u_n = 20 + 7n$. Quel est le premier rang tel que $u_n \geq 60$?

Exercice 6 — Un rang initial différent ★★☆☆

$u_1 = 80$ et la raison est -3 . Calcule u_{12} .

Exercice 7 — Une baisse annuelle ★★☆☆

Une machine vaut 8 000 euros puis perd 15 % de sa valeur chaque année. Donne sa valeur après deux ans.

Exercice 8 — Des rangs décalés ★★☆☆

$u_n = 5 + 3n$. Calcule $u_2 + u_3 + \dots + u_7$.

Exercice 9 — Une somme décroissante ★★☆☆

Calcule $100 + 50 + 25 + 12,5 + 6,25$.

Exercice 10 — Passer sous un seuil ★★☆☆

$v_n = 80 \times 0,5^n$. Trouve le premier rang tel que $v_n < 10$.

Exercice 11 — Reconstruire la suite ★★★

Une suite arithmétique vérifie $u_3 = 17$ et $u_8 = 37$. Trouve sa raison et u_0 .

Exercice 12 — Retrouver une raison positive ★★★

Une suite géométrique positive a $u_2 = 18$ et $u_4 = 162$. Trouve q puis u_0 .

Exercice 13 — Un entraînement progressif ★★ ★

Une personne fait 12 minutes d'entraînement le premier jour puis 3 minutes de plus chaque jour pendant 10 jours. Calcule la durée du dixième jour et le total.

Exercice 14 — Une production cumulée ★★ ★

Une production est de 200 pièces la première semaine puis augmente de 10 % par semaine selon un modèle non arrondi. Quel total prévoit-il sur quatre semaines ?

Exercice 15 — Un seuil impossible ★★ ★

$u_n = 50 + 2n$ pour $n \geq 0$. Peut-on chercher avec une boucle le premier rang où $u_n < 30$?

6 Problème — Pour aller plus loin

Planifier une campagne sur douze mois

Au mois 1, A prévoit 100 actions, puis 10 de plus chaque mois. B prévoit 100 actions puis une hausse de 5 % mensuelle. On étudie les 12 premiers mois.

1. Écris les termes généraux en commençant au rang 1.
2. Calcule le douzième terme de chaque modèle.
3. Calcule les deux totaux annuels, sans arrondir les termes intermédiaires.
4. Pour A, trouve le premier mois où le nombre dépasse strictement 200.
5. Pour B, écris une boucle qui cherche ce même seuil et explique comment vérifier son résultat.

7 Indices des exercices

Exercice 1

Indice 1. Compare deux termes consécutifs.

Indice 2. Ajoute la même différence au dernier terme.

Exercice 2

Indice 1. Le facteur 2 s'applique à chaque étape.

Indice 2. Au rang 5, il y a cinq multiplications par 2.

Exercice 3

Indice 1. Associe le premier terme au dernier.

Indice 2. Chaque paire a pour somme 21.

Exercice 4

Indice 1. Le nombre de termes est 4.

Indice 2. L'exposant de la formule est le nombre de termes, pas le dernier rang.

Exercice 5

Indice 1. Isole n dans l'inéquation.

Indice 2. Prends le premier entier qui satisfait la condition.

Exercice 6

Indice 1. Compte les écarts de rangs, pas les termes.

Indice 2. Il y a $12 - 1$ additions.

Exercice 7

Indice 1. Le coefficient d'une baisse est $1 - t$.

Indice 2. La deuxième baisse porte sur la nouvelle valeur.

Exercice 8

Indice 1. Le nombre de termes n'est pas 7.

Indice 2. Compte les rangs de 2 à 7 inclus.

Exercice 9

Indice 1. Reconnais une division par 2 à chaque étape.

Indice 2. Calcule $0,5^5$ avant le quotient.

Exercice 10

Indice 1. La suite est décroissante.

Indice 2. Un terme égal à 10 ne suffit pas.

Exercice 11

Indice 1. Le gain total se répartit sur cinq pas.

Indice 2. Une fois r trouvé, remonte trois pas depuis u_3 .

Exercice 12

Indice 1. Entre les rangs 2 et 4, il y a deux multiplications.

Indice 2. Utilise $q > 0$ pour choisir la racine.

Exercice 13

Indice 1. Commence par la durée du dernier jour.

Indice 2. La somme comporte dix termes, premier et dernier inclus.

Exercice 14

Indice 1. Le premier terme est celui de la première semaine.

Indice 2. Quatre semaines correspondent à quatre termes, pas cinq.

Exercice 15

Indice 1. Compare chaque terme au terme initial.

Indice 2. La suite ne peut que croître à partir de 50.

8 Corrigés détaillés

Corrigé 1

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. L'énoncé suppose la suite arithmétique ; on doit trouver son accroissement constant.

Construire la réponse.

1. Les écarts sont $14 - 9 = 5$, $19 - 14 = 5$ et $24 - 19 = 5$. Ils donnent tous la même raison r égale à 5.
2. On poursuit la règle en ajoutant 5 au dernier terme : $24 + 5 = 29$.

Vérifier. Le nouvel écart $29 - 24 = 5$ est identique aux précédents. Cela est cohérent avec l'hypothèse, sans prouver à partir de la seule liste que tous les termes futurs suivront cette règle.

Conclure. La raison est 5 et, sous l'hypothèse arithmétique, le terme suivant est 29.

Corrigé 2

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La raison 2 signifie que l'on double la valeur à chaque passage au rang suivant.

Construire la réponse.

1. $u_1 = 2u_0 = 2 \times 5 = 10$.
2. $u_2 = 2u_1 = 2 \times 10 = 20$.
3. Du rang 0 au rang 5, il y a cinq doublements : $u_5 = 5 \times 2^5 = 5 \times 32 = 160$.

Vérifier. La trace complète est 5, 10, 20, 40, 80, 160 aux rangs 0 à 5. Elle retrouve les trois résultats et vérifie l'exposant.

Conclure. $u_1 = 10$, $u_2 = 20$ et $u_5 = 160$.

Corrigé 3

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La somme contient les vingt entiers de 1 à 20, qui forment une suite arithmétique.

Construire la réponse.

1. Le premier terme vaut 1, le dernier 20, et le nombre de termes est 20.
2. On applique $S = 20(1 + 20)/2 = 20 \times 21/2 = 10 \times 21 = 210$.

Vérifier. On peut former dix paires : $1 + 20$, $2 + 19$, jusqu'à $10 + 11$. Chaque paire vaut 21, ce qui redonne $10 \times 21 = 210$.

Conclure. $1 + 2 + \dots + 20 = 210$.

Corrigé 4

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Les termes doublent à chaque étape ; il s'agit d'une somme de quatre termes géométriques.

Construire la réponse.

1. On identifie $a = 3$, $q = 2$ et $N = 4$.
2. La formule donne $S = 3(1 - 2^4)/(1 - 2) = 3(1 - 16)/(-1)$.
3. Le quotient vaut $(-15)/(-1) = 15$, donc $S = 3 \times 15 = 45$.

Vérifier. L'addition directe donne $3 + 6 = 9$, puis $9 + 12 = 21$, puis $21 + 24 = 45$. Le dernier terme utilise 2^3 , mais la somme de quatre termes utilise 2^4 .

Conclure. La somme vaut 45.

Corrigé 5

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. « Au moins 60 » autorise l'égalité ; n doit être un entier positif ou nul.

Construire la réponse.

1. $20 + 7n \geq 60$ donne $7n \geq 40$ après soustraction de 20.
2. On divise par 7, positif : $n \geq 40/7 \approx 5,714$.
3. Le premier entier satisfaisant cette condition est 6.

Vérifier. $u_5 = 20 + 35 = 55 < 60$ et $u_6 = 20 + 42 = 62 \geq 60$. La suite croît de 7 à chaque étape, donc aucun rang antérieur à 6 ne convient.

Conclure. Le premier rang est 6.

Corrigé 6

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Le premier terme connu est de rang 1 ; atteindre le rang 12 demande onze étapes.

Construire la réponse.

1. On utilise $u_{12} = u_1 + (12 - 1)r$.
2. On remplace les données : $u_{12} = 80 + 11(-3) = 80 - 33 = 47$.

Vérifier. Au rang 2, on aurait 77, et non 74 : ce premier contrôle montre pourquoi il faut onze retraits, pas douze. Depuis 47, remonter onze étapes en ajoutant 3 redonne 80.

Conclure. $u_{12} = 47$.

Corrigé 7

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La perte annuelle de 15 pour cent s'applique chaque fois à la valeur au début de l'année.

Construire la réponse.

1. Le coefficient conservé est $1 - 0,15 = 0,85$.
2. Après une année, la machine vaut $8\,000 \times 0,85 = 6\,800$ euros.
3. Après deux années, elle vaut $6\,800 \times 0,85 = 5\,780$ euros. La formule directe est $8\,000 \times 0,85^2$.

Vérifier. La seconde perte vaut $6\,800 \times 0,15 = 1\,020$ euros, inférieure à la première perte de 1 200 euros. Soustraire deux fois 1 200 aurait supposé une perte fixe, différente de l'énoncé.

Conclure. La valeur après deux ans est 5 780 euros selon ce modèle.

Corrigé 8

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La somme commence au rang 2 et se termine au rang 7 : elle ne commence pas à u_0 .

Construire la réponse.

1. Le premier terme est $u_2 = 5 + 3 \times 2 = 11$.
2. Le dernier terme est $u_7 = 5 + 3 \times 7 = 26$.
3. Les rangs 2, 3, 4, 5, 6, 7 donnent $7 - 2 + 1 = 6$ termes.
4. La somme vaut $S = 6(11 + 26)/2 = 3 \times 37 = 111$.

Vérifier. Les termes sont 11, 14, 17, 20, 23, 26. Les trois paires symétriques valent chacune 37, soit 111 au total.

Conclure. $u_2 + u_3 + \dots + u_7 = 111$.

Corrigé 9

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Chaque terme est la moitié du précédent ; cinq termes sont présents.

Construire la réponse.

1. On prend $a = 100$, $q = 0,5$ et $N = 5$.
2. $0,5^5 = 0,03125$, donc $1 - 0,5^5 = 0,96875$.
3. Le dénominateur vaut $1 - 0,5 = 0,5$. Ainsi $S = 100 \times 0,96875/0,5 = 193,75$.

Vérifier. L'addition $100 + 50 + 25 + 12,5 + 6,25$ donne bien 193,75. Tous les termes étant positifs, le total dépasse 100 ; il reste inférieur à 200, cohérent avec les diminutions successives.

Conclure. La somme vaut 193,75.

Corrigé 10

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. La condition est strictement inférieure à 10 ; un terme égal à 10 doit être dépassé d'une étape.

Construire la réponse.

1. On multiplie successivement par 0,5 : les valeurs sont 80, 40, 20, 10, 5 aux rangs 0, 1, 2, 3, 4.
2. Au rang 3, $v_3 = 10$: la condition $v_3 < 10$ est fausse.
3. Au rang 4, $v_4 = 5 < 10$: la condition est vraie.

Vérifier. La suite positive décroît puisque $0 < 0,5 < 1$. Tous les termes avant le rang 3 sont supérieurs à 10 ; le rang 4 est donc bien le premier qui convient.

Conclure. Le premier rang est 4 et le terme correspondant vaut 5.

Corrigé 11

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On connaît la variation totale entre deux rangs d'une suite arithmétique.

Construire la réponse.

1. Entre les rangs 3 et 8, il y a $8 - 3 = 5$ étapes. La valeur augmente de $37 - 17 = 20$.
2. La raison vérifie donc $5r = 20$, d'où $r = 4$.
3. La relation $u_3 = u_0 + 3r$ devient $17 = u_0 + 12$. On soustrait 12 : $u_0 = 5$.

Vérifier. La formule $u_n = 5 + 4n$ donne $u_3 = 5 + 12 = 17$ et $u_8 = 5 + 32 = 37$: elle retrouve les deux données.

Conclure. La raison vaut 4 et le terme initial vaut 5.

Corrigé 12

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Deux transitions séparent les rangs 2 et 4 ; elles multiplient donc la valeur par q^2 .

Construire la réponse.

1. $u_4 = u_2 q^2$ donne $162 = 18q^2$. En divisant par 18, on obtient $q^2 = 9$.
2. Les termes de la suite sont positifs : le quotient de deux termes consécutifs est positif, donc $q > 0$. On retient $q = 3$ et non -3.
3. $u_2 = u_0 q^2$ devient $18 = 9u_0$, donc $u_0 = 2$.

Vérifier. $2 \times 3^2 = 18$ et $2 \times 3^4 = 2 \times 81 = 162$. Une raison -3 ferait apparaître des termes négatifs aux rangs impairs, incompatible avec la positivité de la suite.

Conclure. $q = 3$ et $u_0 = 2$.

Corrigé 13

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On cherche deux quantités différentes : la durée du dixième jour et la durée cumulée de dix jours.

Construire la réponse.

1. Du premier au dixième jour, il y a neuf augmentations de 3 minutes. La dernière durée vaut $12 + 9 \times 3 = 39$ minutes.
2. Les dix durées forment une suite arithmétique de premier terme 12 et de dernier terme 39.
3. Le total est $S = 10(12 + 39)/2 = 5 \times 51 = 255$ minutes.
4. Comme $255 = 4 \times 60 + 15$, cela représente 4 heures et 15 minutes.

Vérifier. La durée moyenne est $(12 + 39)/2 = 25,5$ minutes ; dix fois cette moyenne redonne 255 minutes. Le total est compris entre 120 et 390 minutes, comme attendu.

Conclure. Le dixième jour dure 39 minutes ; le total des dix jours est 255 minutes, soit 4 h 15 min.

Corrigé 14

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. On additionne quatre productions hebdomadaires d'un modèle qui conserve les décimales.

Construire la réponse.

1. La hausse de 10 pour cent donne la raison $q = 1,10$. Les productions sont 200, 220, 242 et $242 \times 1,1 = 266,2$.
2. Le total peut se calculer directement : $200 + 220 + 242 + 266,2 = 928,2$.
3. La formule vérifie $S = 200(1 - 1,1^4)/(1 - 1,1)$. Comme $1,1^4 = 1,4641$, on obtient $200 \times (-0,4641)/(-0,1) = 928,2$.

Vérifier. Le résultat décimal est cohérent avec un modèle non arrondi, mais une production réelle compte des pièces entières. Une règle d'arrondi appliquée chaque semaine constituerait un modèle légèrement différent.

Conclure. Le modèle prévoit 928,2 pièces au total, soit environ 928 pièces après arrondi final.

Corrigé 15

 *Démonstration / Solution expliquée*

Comprendre la question. Avant de programmer une recherche, il faut déterminer si la condition peut devenir vraie.

Construire la réponse.

1. Pour $n \geq 0$, on a $2n \geq 0$, donc $u_n = 50 + 2n \geq 50$.
2. Comme $50 > 30$, aucun terme ne peut être strictement inférieur à 30.
3. Une boucle qui continuerait tant que $u_n \geq 30$ resterait toujours dans sa condition de continuation. Elle ne trouverait jamais de rang de sortie.

Vérifier. Le terme initial est déjà 50 et chaque étape ajoute 2 : l'évolution s'éloigne du seuil inférieur au lieu de s'en rapprocher.

Conclure. Il n'existe aucun rang demandé. Il faut signaler l'impossibilité avant de lancer une boucle sans borne.

9 Corrigé du problème

1. **Comprendre la question.** Le premier mois est le rang 1, donc le rang n est atteint après n moins 1 évolutions.

Construire la réponse.

(a) Le modèle additif est $a_n = 100 + 10(n - 1)$.

(b) Le modèle multiplicatif est $b_n = 100 \times 1,05^{n-1}$.

Vérifier. En n égal à 1, le supplément est zéro et la puissance vaut 1 : les deux termes initiaux valent 100.

Conclure. Les deux formules utilisent le décalage n moins 1.

2. **Comprendre la question.** Le douzième terme décrit le seul mois 12, pas le cumul annuel.

Construire la réponse.

(a) Entre les mois 1 et 12, il y a 11 augmentations.

(b) $a_{12} = 100 + 10 \times 11 = 210$.

(c) $b_{12} = 100 \times 1,05^{11} \approx 171,034$.

Vérifier. Le coefficient 1,05 est appliqué onze fois, et non douze ; le premier mois contient déjà les 100 actions initiales.

Conclure. Au mois 12, A prévoit 210 actions et B environ 171,034 actions dans le modèle.

3. **Comprendre la question.** Le total annuel additionne douze termes, du premier au douzième inclus.

Construire la réponse.

(a) Pour A, la moyenne des extrêmes est $(100 + 210)/2 = 155$. La somme vaut $12 \times 155 = 1860$.

(b) Pour B, la somme géométrique est $100(1,05^{12} - 1)/(1,05 - 1)$.

(c) Le dénominateur vaut 0,05, et le calcul donne environ 1591,713 actions.

Vérifier. La somme géométrique utilise l'exposant 12 car il y a douze termes, alors que le dernier terme seul utilisait l'exposant 11.

Conclure. Les totaux prévus sont 1860 pour A et environ 1591,713 pour B. On arrondit seulement après la somme si une présentation entière est nécessaire.

4. **Comprendre la question.** Le seuil est strict : atteindre 200 ne suffit pas.

Construire la réponse.

(a) $100 + 10(n - 1) > 200$ donne $10(n - 1) > 100$.

(b) En divisant par 10 puis ajoutant 1, on obtient $n > 11$.

(c) Le premier entier est 12.

Vérifier. Au mois 11, $a_{11} = 200$; au mois 12, $a_{12} = 210 > 200$.

Conclure. A dépasse strictement 200 pour la première fois au mois 12.

5. **Comprendre la question.** La boucle utilise une condition de continuation large pour chercher un dépassement strict.

Construire la réponse.

(a)

```
1 n, b = 1, 100
2 while b <= 200:
3     b *= 1.05
4     n += 1
```

(b) L'initialisation correspond au mois 1. Chaque multiplication calcule le mois suivant, et le compteur avance une fois.

(c) La boucle donne n égal à 16. On contrôle ensuite les deux mois qui encadrent ce résultat.

Vérifier. $b_{15} = 100 \times 1,05^{14} \approx 197,99 \leq 200$ et $b_{16} \approx 207,89 > 200$. La suite croissante garantit le premier dépassement.

Conclure. B dépasse 200 au mois 16, au-delà des douze mois étudiés pour le cumul annuel.

10 Variante autonome et bilan

Calcule les sommes des six premiers termes de 50, 60, 70, ... et de 50, 100, 200, ...

À toi d'essayer : Vérifie ta démarche

Résous la variante, puis explique pourquoi ta méthode s'applique.

Tu peux chercher, prendre un indice ou lire l'explication, à ton rythme.

Indices, p. 25 Explication, p. 26

- Je peux expliquer : ajouter toujours la même quantité.
- Je peux expliquer : multiplier toujours par le même facteur.
- Je peux expliquer : additionner une suite arithmétique.
- Je peux expliquer : additionner une suite géométrique.
- Je peux expliquer : déterminer la première étape qui satisfait une condition.

11 Fiche-mémoire

Ajouter toujours la même quantité.

1. Calcule une différence « terme suivant moins terme précédent » pour identifier r .
2. Compte les étapes par une différence de rangs.
3. Applique $u_n = u_p + (n - p)r$ en conservant le signe de r .
4. Si r est inconnue, divise la différence des valeurs par la différence des rangs.
5. Contrôle le résultat avec un terme connu et les contraintes du contexte.

Multiplier toujours par le même facteur.

1. Identifie le facteur multiplicatif q , notamment à partir d'un pourcentage.
2. Compte le nombre de multiplications depuis le rang connu.
3. Applique $u_n = u_p q^{n-p}$; garde la précision jusqu'au dernier calcul.
4. Pour retrouver q , relie les termes connus et utilise les hypothèses de signe.
5. Contrôle un calcul par récurrence et vérifie que la tendance est cohérente.

Additionner une suite arithmétique.

1. Identifie le premier et le dernier rang de la somme, bornes incluses.
2. Calcule les deux termes extrêmes avec la formule de la suite.
3. Compte $N = n - p + 1$ termes, puis applique $S = N(u_p + u_n)/2$.
4. Contrôle l'ordre de grandeur : pour des termes positifs, le total est entre N fois le plus petit et N fois le plus grand.
5. Traduis le total dans l'unité demandée, sans le confondre avec le dernier terme.

Additionner une suite géométrique.

1. Identifie le premier terme a , la raison q et le nombre N de termes.
2. Si $q = 1$, calcule Na ; sinon, utilise $a(1 - q^N)/(1 - q)$.
3. Respecte les parenthèses et calcule la puissance avant les soustractions.
4. Conserve les décimales utiles et annonce la règle d'arrondi.
5. Contrôle par une addition courte ou par un encadrement cohérent du total.

Déterminer la première étape qui satisfait une condition.

1. Écris précisément l'inégalité demandée et le domaine des rangs.
2. Contrôle les variations et la possibilité d'atteindre le seuil.
3. Résous l'inégalité ou calcule les termes jusqu'au franchissement.
4. Choisis le premier entier autorisé, en respectant le signe strict ou large.
5. Vérifie le rang retenu et le précédent, puis traduis le rang en date ou en nombre d'étapes.

12 Indices des pauses et des preuves

Chercher avec un indice fait partie du travail. Tu peux revenir à l'énoncé avec le lien sous chaque aide.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Du rang 0 au rang 4, on ajoute quatre fois la raison.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écris $u_4 = u_0 + 4r$.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Après une baisse de 8 pour cent, on conserve 92 pour cent.

Indice 2 — Un pas de plus.

Écris ce pourcentage sous forme décimale.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Compte les deux bornes, 3 et 10, dans la liste.

Indice 2 — Un pas de plus.

Utilise dernier rang moins premier rang plus un.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

Indice 1 — Une piste.

Si la raison vaut 1, multiplier ne change jamais le terme.

Indice 2 — Un pas de plus.

Il y a N copies du nombre a.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve**Indice 1 — Une piste.**

Commence par résoudre $3n > 12$.

Indice 2 — Un pas de plus.

La division par 3 donne $n > 4$, avec une inégalité stricte.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche**Indice 1 — Une piste.**

Repère les données utiles et l'inconnue. Reviens à la méthode correspondante dans la boîte à outils.

Indice 2 — Un pas de plus.

Contrôle les unités, les bornes et la plausibilité du résultat avant de lire la correction.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)

13 Explications des pauses et des preuves

Lis une étape, puis essaie de poursuivre avant de lire la suivante. Les calculs ci-dessous complètent le cours.

Pause 1 — Mets la notion à l'épreuve

$u_4 = 7 + 4 \times 3 = 19$. Multiplier 7 par 4 correspondrait à une autre opération.

[Revenir à la recherche, p. 4](#)

Pause 2 — Mets la notion à l'épreuve

$q = 1 - 0,08 = 0,92$. Multiplier par 0,08 conserverait seulement 8 pour cent de la valeur.

[Revenir à la recherche, p. 5](#)

Pause 3 — Mets la notion à l'épreuve

$10 - 3 + 1 = 8$ termes sont additionnés. Le nombre 7 compterait les transitions.

[Revenir à la recherche, p. 7](#)

Pause 4 — Mets la notion à l'épreuve

La somme vaut $a + \dots + a = Na$. On n'utilise pas une formule qui diviserait par zéro.

[Revenir à la recherche, p. 8](#)

Pause 5 — Mets la notion à l'épreuve

Le premier entier est 5 : au rang 4, la valeur 12 ne dépasse pas strictement 12 ; au rang 5, elle vaut 15.

[Revenir à la recherche, p. 9](#)

Vérifie ta démarche

Comprendre la question. Les deux listes comportent six termes, mais utilisent des règles de somme différentes.

Construire la réponse.

1. La suite 50, 60, 70, ... est arithmétique de raison 10. Son sixième terme vaut $50 + 5 \times 10 = 100$.
2. Sa somme est $6(50 + 100)/2 = 450$.
3. La suite 50, 100, 200, ... est géométrique de raison 2. Son sixième terme vaut $50 \times 2^5 = 1600$.
4. Sa somme vaut $50(2^6 - 1)/(2 - 1) = 50 \times 63 = 3150$.

Vérifier. L'addition directe des six termes géométriques $50 + 100 + 200 + 400 + 800 + 1600$ donne également 3150.

Conclure. Les deux sommes sont 450 et 3150. Les derniers termes 100 et 1600 ne sont pas les totaux.

[Revenir à la recherche, p. 23](#)