# Tableaux et probabilités conditionnelles

Première professionnelle · Chapitre 02

## Modéliser une expérience aléatoire

**Définition · Comprendre la notion**

Une expérience aléatoire a un résultat inconnu à l'avance, appelé issue. L'univers rassemble les issues possibles ; un événement est un ensemble d'issues. Une probabilité est comprise entre 0 et 1. La probabilité de l'univers vaut 1 et celle de l'événement impossible vaut 0. Dans un univers fini où les issues sont équiprobables, $P(A) = \text{nombre d'issues favorables}/\text{nombre d'issues possibles}$. L'équiprobabilité doit être justifiée par le modèle, par exemple un dé équilibré ou un tirage uniforme. Dire « il y a deux possibilités » ne signifie pas que leurs probabilités valent chacune $1/2$.

## Lire un tableau à double entrée

**Définition · Comprendre la notion**

Un tableau croisé répartit une population selon deux caractères. Une case intérieure décrit une intersection ; les totaux de ligne et de colonne sont les marges ; le total général est la taille de la population. Pour une proportion dans la population, divise par le total général. Pour une proportion « parmi » une catégorie, divise par le total de cette catégorie. Complète les cases par addition ou soustraction, en contrôlant les deux séries de marges. Les probabilités calculées correspondent au choix uniforme d'un individu de la population étudiée.

## Changer de population avec une probabilité conditionnelle

**Définition · Comprendre la notion**

Pour $P(A) > 0$, la probabilité de B sachant A est

$$P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}.$$

On restreint l'univers aux issues où A est réalisé. Dans un tableau d'effectifs, on divise l'effectif de l'intersection par celui de A. La formule donne aussi $P(A \cap B) = P(A)P_A(B)$. Attention : $P_A(B)$ et $P_B(A)$ ne sont généralement pas égales. Lis la condition après « sachant » ou « parmi » ; elle fournit le dénominateur.

## Compléter les probabilités dans un même groupe

**Définition · Comprendre la notion**

Dans la population conditionnelle A, les événements B et $\overline{B}$ sont contraires : $P_A(B) + P_A(\overline{B}) = 1$. En revanche, $P_A(B)$ et $P_{\overline{A}}(B)$ ne sont pas contraires : ils sont calculés dans deux groupes différents et leur somme n'est pas imposée. Cette distinction permet de compléter une ligne d'un tableau ou les branches issues d'un même nœud dans un arbre. Garde la condition inchangée lorsque tu prends le contraire.

## Interpréter une fréquence conditionnelle

> **Définition · Comprendre la notion**
>
> Comparer des groupes exige de rapporter chaque effectif à son propre total. Un groupe plus grand peut contenir davantage de réussites tout en ayant un taux de réussite plus faible. Une probabilité conditionnelle décrit la situation dans une population précise. Elle ne prouve pas que l'appartenance au groupe cause le résultat. Dans un contexte professionnel, rédige la conclusion avec le groupe, l'événement et l'unité en pourcentage. Vérifie la taille des groupes, la comparabilité des observations et l'origine des données avant de généraliser.

## Les repères essentiels

**Modéliser une expérience aléatoire.**

1. Décris les issues possibles et précise le modèle de tirage.
2. Justifie l'équiprobabilité avant d'utiliser un simple dénombrement.
3. Liste exactement les issues favorables, en respectant les mots comme « strictement ».
4. Divise le nombre favorable par le nombre total, puis simplifie.
5. Contrôle que la valeur est dans $[0; 1]$ et interprète-la dans le contexte.

**Lire un tableau à double entrée.**

1. Repère les catégories de lignes et de colonnes ainsi que le total général.
2. Complète les effectifs manquants par addition ou soustraction.
3. Contrôle toutes les marges et la non-négativité des cases.
4. Surligne mentalement le groupe désigné par « parmi » pour choisir le dénominateur.
5. Calcule et reformule la proportion avec sa population de référence.

**Changer de population avec une probabilité conditionnelle.**

1. Repère le groupe qui suit « sachant » ou « parmi » : il fournit le dénominateur.
2. Identifie l'intersection entre ce groupe et la propriété recherchée.
3. Divise la probabilité ou l'effectif de l'intersection par celui du groupe connu.
4. Pour retrouver une intersection, multiplie la part du groupe par la probabilité conditionnelle.
5. Contrôle le sens de la condition en reformulant la réponse avec une phrase.

**Compléter les probabilités dans un même groupe.**

1. Identifie le groupe conditionnel dans lequel le calcul est effectué.
2. Pour un contraire, conserve ce groupe et remplace seulement l'événement par son complément.
3. Calcule un moins la probabilité connue.
4. Si le groupe de référence change, recherche une nouvelle donnée au lieu de compléter automatiquement.
5. Contrôle avec les effectifs du même groupe ou les branches issues du même nœud.

**Interpréter une fréquence conditionnelle.**

1. Précise si l'on compare un nombre, un taux ou un effet attribué à une action.
2. Calcule chaque proportion dans son propre groupe.
3. Exprime les taux dans la même unité et compare-les.
4. Pour une conversion en effectif, distingue taux descriptif exact et taux prévisionnel.

5. Annonce la conclusion avec les limites de comparabilité des groupes.

## Un exemple pour se repérer

> **Exemple · Exemple commenté**
>
> Supposons que 70 pour cent des membres du groupe A possèdent B. Parmi A, les 30 pour cent restants ne possèdent pas B : $P_A(\overline{B}) = 0{,}30$.
>
> Pour le groupe non-A, aucune information n'est encore donnée. Il pourrait contenir 10 pour cent de B, 70 pour cent de B ou une autre proportion. Ces possibilités sont toutes compatibles avec le taux de 70 pour cent observé dans A.
>
> Dans un arbre, on complète donc les deux branches issues du nœud A avec 0,70 et 0,30. On ne transfère pas automatiquement 0,30 à la branche B issue du nœud non-A. Chaque nœud représente son propre groupe de référence.

## Les erreurs à éviter

> **Attention · Comprendre une erreur fréquente**
>
> « Deux possibilités » ne signifie pas « une chance sur deux ». Vérifie le nombre et le poids des issues à l'intérieur de chaque possibilité.