Suites numériques

Première spécialité · Chapitre 01

Les repères essentiels

Définition · Deux modes de définition

Explicite : $u_n = f(n)$. Récurrente : $u_{n+1} = f(u_n)$ avec un terme initial.

Méthode · Suite arithmétique

$u_{n+1} = u_n + r$, donc $u_n = u_p + (n-p)r$.

$$\sum_{k=p}^{n} u_k = (n-p+1)\frac{u_p + u_n}{2}.$$

Méthode · Variation

Étudier $u_{n+1} - u_n$. Si les termes sont positifs, on peut aussi comparer u_{n+1}/u_n à 1.

Méthode · Suite géométrique

$u_{n+1} = qu_n$, donc $u_n = u_p q^{n-p}$.

$$\sum_{k=0}^{n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q} \quad (q \neq 1).$$

Méthode · Pourcentage et seuil

Une hausse de $t\,\%$ multiplie par $1 + t/100$; une baisse par $1 - t/100$. Pour un seuil, calculer jusqu'au premier rang qui franchit la valeur demandée.

Méthode · Récurrence affine

$u_{n+1} = au_n + b$: chercher $\ell = a\ell + b$, puis poser $v_n = u_n - \ell$. Alors $v_{n+1} = av_n$.

Attention · Les quatre pièges

Repérer le rang initial ; compter $n - p + 1$ termes ; ne pas confondre addition constante et pourcentage constant ; une simulation de Syracuse ne remplace pas une preuve d'arrêt.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Une somme géométrique concrète

Calculons $1 + 2 + 4 + 8 + \cdots + 2^{10}$ (raison $q = 2$, 11 termes, du rang 0 au rang 10) :

$$\begin{aligned}\sum_{k=0}^{10} 2^k &= \frac{1-2^{11}}{1-2} \\ &= \frac{1-2048}{-1} \\ &= 2047.\end{aligned}$$