Le second degré

Première spécialité · Chapitre 02

Les repères essentiels

Définition · Trois formes

Développée : ax^2+bx+c. Canonique : $a(x-\alpha)^2+\beta$. Factorisée : $a(x-x_1)(x-x_2)$ si elle existe.

Méthode · Sommet et variations

$$\alpha = -\frac{b}{2a}, \qquad \beta = f(\alpha).$$

Si $a>0$, minimum et parabole vers le haut ; si $a<0$, maximum et parabole vers le bas.

Méthode · Somme et produit

Si les racines existent : $x_1+x_2=-b/a$ et $x_1x_2=c/a$.

Méthode · Discriminant

$\Delta = b^2-4ac$. Deux racines si $\Delta>0$, une double si $\Delta=0$, aucune réelle si $\Delta<0$.

$$x_{1,2} = \frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{2a}.$$

Méthode · Signe

Pour deux racines $x_1<x_2$: signe de a à l'extérieur, signe opposé entre elles. Si $\Delta\leqslant 0$, le trinôme garde le signe de a.

Méthode · Paramètre

Calculer $\Delta(m)$ par rapport à l'inconnue x, puis étudier son signe. Traiter à part les valeurs qui annulent le coefficient de x^2.

Attention · Le réflexe final

Sommet ou optimisation : forme canonique. Racines : discriminant. Signe ou inéquation : forme factorisée et tableau. Ne jamais oublier $a\neq 0$.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Étudier un signe

Signe de $f(x)=-2x^2+4x+6$. Racines :

$$\begin{aligned}\Delta &= 16+48\\ &= 64,\end{aligned}$$

$x=\frac{-4\pm 8}{-4}$, soit $x_1=-1$ et $x_2=3$. Ici $a=-2<0$: f est **négatif à l'extérieur** de $[-1\,;3]$ et **positif entre** -1 et 3. Donc $f(x)\geqslant 0$ si et seulement si $x\in[-1\,;3]$.