La dérivation

Première spécialité · Chapitre 03

Les repères essentiels

Définition · Nombre dérivé

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}.$$

C'est la pente de la tangente et une vitesse instantanée.

Méthode · Tangente

$$\boxed{y = f(a) + f'(a)(x - a).}$$

Toujours calculer séparément $f(a)$ puis $f'(a)$.

Méthode · Dérivées usuelles

Puissance

$$(x^n)' = nx^{n-1}.$$

Inverse (pour $x \neq 0$)

$$\left(\frac{1}{x}\right)' = -\frac{1}{x^2}.$$

Racine carrée (pour $x > 0$)

$$(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}.$$

Méthode · Opérations

Somme

$$(u + v)' = u' + v'.$$

Produit

$$(uv)' = u'v + uv'.$$

Quotient (là où $v \neq 0$)

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}.$$

Composée avec une fonction affine

$$(g(ax + b))' = ag'(ax + b).$$

Méthode · Approximation affine

Pour h petit,

$$f(a + h) \approx f(a) + f'(a)h.$$

Annoncer clairement qu'il s'agit d'une approximation.

Méthode · Lecture graphique

- $f'(a) > 0$: pente montante.
- $f'(a) < 0$: pente descendante.
- $f'(a) = 0$: tangente horizontale.

Attention · Les erreurs classiques

Ne pas confondre $f(a)$ et $f'(a)$; ne pas dériver un produit facteur par facteur ; respecter les domaines ; $f'(a) = 0$ ne suffit pas, à lui seul, à prouver un extremum.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Nombre dérivé à partir de la définition

Pour $f(x) = x^2$ en $a = 2$: on a vu $\tau(h) = 4 + h$. Quand $h \to 0$, $4 + h \to 4$. Donc $f'(2) = 4$. La pente de la tangente à la parabole au point d'abscisse 2 vaut 4.