Variations et courbes

Première spécialité · Chapitre 04

Les repères essentiels

Théorème · Variations

Sur un intervalle : $f' > 0$ entraîne que f croît ; $f' < 0$ que f décroît ; $f' = 0$ partout que f est constante.

Méthode · Tableau

Domaine $\to$ calcul de f' $\to$ factorisation $\to$ signe de f' $\to$ variations de f $\to$ valeurs aux points importants.

Méthode · Extremum

Chercher un changement de signe de f'. De $+$ vers $-$: maximum ; de $-$ vers $+$: minimum.

Méthode · Optimiser

Choisir la variable et son intervalle, construire la fonction, étudier ses variations, puis conclure avec la valeur et l'unité demandées.

Méthode · Comparer ou prouver

Pour comparer f et g, étudier le signe de $f - g$. Pour montrer $f \geqslant 0$, montrer que le minimum de f est positif ou nul.

Méthode · Newton

$$x_{n+1} = x_n - \frac{f(x_n)}{f'(x_n)}.$$

Vérifier $f'(x_n) \neq 0$ et contrôler que $f(x_n)$ devient petit.

Attention · Le piège no1

$f'(a) = 0$ signifie seulement que la tangente est horizontale. Sans changement de signe, il peut ne pas y avoir d'extremum.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Position relative

Comparons $f(x) = x^2$ et $g(x) = 2x - 1$. On étudie $d(x) = x^2 - (2x - 1) = x^2 - 2x + 1 = (x - 1)^2 \geqslant 0$. Donc la courbe de f est **toujours au-dessus** de la droite, et elles se touchent en $x = 1$ (la droite est tangente à la parabole).