Vecteurs du plan

Seconde générale · Chapitre 10

Les repères essentiels

Théorème · Chasles

$$\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}.$$

Dans un parallélogramme,

$$\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}.$$

Définition · Coordonnées

Si $A(x_A; y_A)$ et $B(x_B; y_B)$,

$$\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A).$$

Somme et produit se calculent coordonnée par coordonnée.

Propriété · Norme et distance

Pour $\vec{u} = (x; y)$,

$$\|\vec{u}\| = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Donc

$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}.$$

Théorème · Déterminant

Pour

$$\vec{u} = (x; y)$$
$$\text{et } \vec{v} = (x'; y'),$$
$$\det(\vec{u}, \vec{v}) = xy' - yx'.$$

Les vecteurs sont colinéaires si et seulement si ce déterminant est nul.

Propriété · Milieu

Le milieu de $[AB]$ est

$$I\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}\right).$$

Un quadrilatère est un parallélogramme si ses diagonales ont le même milieu.

Attention · Réflexes

Arrivée moins départ. Respecte l'ordre des lettres. Pour un alignement ou un parallélisme, calcule un déterminant. Ne confonds pas un vecteur avec sa norme.

Un vecteur relie la figure, le calcul et le mouvement.

Capacités à vérifier : traduire un déplacement, calculer une norme et justifier une colinéarité. Sans les aides, reprends $A(-2;1)$, $B(4;3)$: trouve le milieu, la distance et le point C tel que $\overrightarrow{AC} = -\overrightarrow{AB}$.

Un exemple pour se repérer

> **Exemple · Le milieu est un barycentre**
>
> Avec
>
> $$\begin{aligned} \alpha &= \beta \\ &= 1, \end{aligned}$$
>
> $$\overrightarrow{OG} = \frac{\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB}}{2}.$$
>
> On retrouve le milieu de $[AB]$.