Proportions, pourcentages et évolutions

Seconde générale · Chapitre 12

Les repères essentiels

Définition · Proportion

$$p = \frac{n}{N}, \qquad n = pN, \qquad N = \frac{n}{p}.$$

On suppose $N > 0$; pour retrouver $N = n/p$, il faut aussi $p > 0$.

Théorème · Deux références

Si $A \subset B \subset E$ et B non vide,

$$p_E(A) = p_E(B) \times p_B(A).$$

On multiplie le long des inclusions.

Définition · Évolution

Les quotients supposent $V_i \neq 0$.

$$\Delta V = V_f - V_i, \qquad t = \frac{V_f - V_i}{V_i},$$

$$k = \frac{V_f}{V_i} = 1 + t.$$

Propriété · Hausse et baisse

Hausse de $r\,\%$: multiplier par

$$1 + \frac{r}{100}.$$

Baisse de $r\,\%$: multiplier par

$$1 - \frac{r}{100}.$$

Théorème · Évolutions successives

$$K = k_1 k_2 \cdots k_n, \qquad T = K - 1,$$

avec $k_j = 1 + t_j$ à chaque étape. Pour un taux t répété n fois :

$$K = (1 + t)^n.$$

Théorème · Évolution réciproque

Pour $k \neq 0$, donc $t \neq -1$,

$$k_{\text{réc}} = \frac{1}{k}, \qquad t_{\text{réc}} = \frac{1}{1 + t} - 1.$$

Ne change jamais seulement le signe du taux.

Propriété · Indice base 100

Avec $V_0 > 0$ et $I_1 > 0$, pour une même base,

$$I = 100\frac{V}{V_0}, \qquad k = \frac{I_2}{I_1}.$$

Un écart d'indices n'est pas toujours un taux.

Attention · Les quatre pièges

Pourcentage $\neq$ décimal ; proportion $\neq$ évolution ; points $\neq$ taux relatif ; taux successifs $\neq$ somme.

Un pourcentage n'a de sens qu'avec sa référence.

Pour vérifier tes capacités, reprends sans le corrigé : 18 personnes représentent $12\,\%$ d'un groupe ; un montant de 200 augmente de $10\,\%$ puis baisse de $5\,\%$. Nomme chaque référence et contrôle les résultats. Repères à consulter ensuite : 150 personnes ; 220 puis 209, soit $4{,}5\,\%$ de hausse globale.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Hausse puis baisse

Un prix augmente de $20\,\%$, puis baisse de $10\,\%$:

$$\begin{aligned} K &= 1{,}20 \times 0{,}90 \\ &= 1{,}08. \end{aligned}$$

Le taux global est $1{,}08 - 1 = 0{,}08$, soit une **hausse globale de** $8\,\%$.