# Ajustements et modèles non linéaires

Terminale professionnelle · Chapitre 01

## Construire un ajustement affine

**Définition · Comprendre la notion**

Un ajustement remplace un nuage imparfaitement aligné par une relation approchée $y = ax + b$. Une droite au jugé, une droite de Mayer ou une régression peuvent donner des ajustements différents. La méthode de Mayer partage les points ordonnés en deux groupes et relie leurs points moyens. La méthode des moindres carrés choisit $a, b$ pour minimiser la somme des carrés des écarts verticaux $\sum(y_i - (ax_i + b))^2$ ; on utilise un outil numérique pour la déterminer. L'écart $y_i - \hat{y}_i$ s'appelle un résidu. Un nuage courbé ou des résidus organisés signalent qu'une droite peut être inadéquate. Arrondis les coefficients seulement à la précision utile.

## Interpolation et extrapolation

**Définition · Comprendre la notion**

Une interpolation estime une valeur pour une abscisse à l'intérieur de l'intervalle observé. Une extrapolation utilise le modèle en dehors de cet intervalle ; elle demande davantage de prudence. Pour prévoir $y$, remplace $x$ dans le modèle. Pour chercher la valeur de $x$ correspondant à un objectif, résous l'équation du modèle. Si $x$ est une date codée, reviens ensuite à la date réelle. Même à l'intérieur de l'intervalle, une prévision n'est pas une certitude individuelle. Vérifie son ordre de grandeur, son unité et la pertinence du modèle ; évite les extrapolations incompatibles avec une limite physique ou un marché saturé.

## Reconnaître un modèle non linéaire

**Définition · Comprendre la notion**

Une droite ne convient pas à tous les nuages. Une courbure régulière peut inviter à examiner un modèle polynomial, exponentiel ou puissance à l'aide d'un outil numérique. À pas d'abscisse constant, des différences approximativement constantes suggèrent un modèle affine ; des rapports approximativement constants pour des ordonnées positives suggèrent un modèle exponentiel. Le choix ne repose pas seulement sur un coefficient : examine les résidus, les unités, le domaine de définition et la cohérence du phénomène. Un modèle plus compliqué peut épouser les données sans mieux prédire.

## Comparer deux modèles sur les mêmes données

**Définition · Comprendre la notion**

Pour comparer des modèles, garde les mêmes observations et la même variable expliquée. Calcule leurs prévisions, puis les résidus et un indicateur commun, par exemple la somme des carrés des résidus. Le modèle de plus faible erreur sur les données n'est pas automatiquement le meilleur en prévision. Il peut être trop compliqué ou contredire une contrainte physique. Si possible, réserve des observations pour un contrôle distinct de l'ajustement. Ne compare pas directement un $R^2$ calculé sur $y$ à un $R^2$ calculé sur $\log(y)$ : les échelles d'erreur diffèrent.

## Rédiger une conclusion fondée sur des données

> **Définition · Comprendre la notion**
>
> Une conclusion statistique précise la question, la population, les données utilisées, le modèle et le résultat avec son unité. Elle distingue un fait observé, une estimation et une hypothèse. Un échantillon biaisé ne devient pas représentatif uniquement parce qu'il est grand. Une mesure peut comporter de l'incertitude ; une prévision peut être sensible aux valeurs atypiques ou au choix du modèle. Pour une décision, confronte le résultat aux contraintes : coût, tolérance, délai ou capacité. Ne donne pas une précision plus grande que celle permise par les données. Signale clairement les informations qui manquent pour conclure.

## Les repères essentiels

**Construire un ajustement affine.**

1. Observe le nuage et précise la méthode d'ajustement utilisée.
2. Calcule ou relève les coefficients a et b avec une précision suffisante.
3. Calcule les prévisions $\hat{y}_i$, puis les résidus $y_i - \hat{y}_i$.
4. Compare les carrés des résidus et leur organisation, pas seulement leur somme signée.
5. Présente les valeurs obtenues comme des prévisions dépendant du modèle.

**Interpolation et extrapolation.**

1. Relève l'intervalle observé, le codage de x et les unités.
2. Convertis la demande en abscisse et distingue interpolation et extrapolation.
3. Calcule une image ou résous l'équation correspondant à l'objectif.
4. Reconvertis le résultat en date ou en quantité et arrondis avec une précision justifiée.
5. Contrôle les limites physiques et indique la dépendance au modèle.

**Reconnaître un modèle non linéaire.**

1. Vérifie l'espacement des abscisses et observe la forme générale du nuage.
2. Calcule différences et, pour des valeurs non nulles adaptées au modèle, rapports successifs.
3. Propose une famille cohérente avec ces observations et le contexte.
4. Teste la formule sur tous les points puis examine les résidus.
5. Présente les valeurs futures comme conditionnelles au maintien de la règle.

**Comparer deux modèles sur les mêmes données.**

1. Utilise les mêmes données et reconstruis toutes les prévisions dans la même unité.
2. Calcule les résidus observation moins prévision.
3. Applique le même critère à chaque modèle : valeurs absolues ou carrés, selon la question.
4. Compare les totaux et examine quelles observations contribuent le plus à l'erreur.
5. Complète la conclusion par les limites du domaine, du modèle et du contrôle prédictif.

**Rédiger une conclusion fondée sur des données.**

1. Rappelle la question et la population concernée.
2. Présente le résultat avec son unité et un arrondi adapté.
3. Indique s'il s'agit d'une observation ou d'une prévision dépendant d'hypothèses.
4. Compare le résultat au seuil ou à la contrainte de décision.

5. Signale précisément le biais ou l'information manquante qui limite la conclusion.

## Un exemple pour se repérer

> **Exemple · Exemple commenté**
>
> Pour les observations 10, 13, 16, A prévoit 10, 12, 14 et B prévoit 11, 13, 15. Les résidus de A sont 0, 1, 2 : sa somme des carrés vaut $0 + 1 + 4 = 5$. Les résidus de B sont -1, 0, 1 : sa somme des carrés vaut $1 + 0 + 1 = 2$.
>
> B est donc meilleur selon ce critère sur cette série. Sa somme des résidus signés vaut pourtant zéro, ce qui ne signifie pas qu'il n'a aucune erreur : les écarts -1 et 1 se compensent.
>
> Cette comparaison ne garantit pas que B sera meilleur pour une date future. Il faut encore examiner la cohérence des formules et, si possible, leur comportement sur des observations qui n'ont pas servi à l'ajustement.

## Les erreurs à éviter

> **Attention · Comprendre une erreur fréquente**
>
> Un résidu négatif n'est pas une erreur « plus petite que zéro » à annuler. Il indique le côté de la droite où se trouve l'observation ; son carré contribue positivement au critère d'ajustement.