Dénombrement

Terminale spécialité · Chapitre 01

Les repères essentiels

Méthode · Choisir une représentation avant une formule

- Résultats de catégories disjointes : additionner les nombres de chaque catégorie.
- Choix successifs : multiplier les nombres de prolongements lorsqu'ils sont constants à chaque étape.
- p positions, n choix avec répétition : n^p.
- p positions sans répétition : $n(n-1)\cdots(n-p+1)$ pour $1 \leqslant p \leqslant n$; une liste vide si $p = 0$.
- Équipe de p éléments : $\binom{n}{p} = n!/[p!(n-p)!]$; on efface les $p!$ ordres d'une même équipe.
- Toutes les parties : 2^n ; celles de taille p : $\binom{n}{p}$.

Avant de conclure, demande-toi : ai-je oublié un résultat, compté deux fois un résultat ou changé la définition de l'objet en route ? Une petite liste permet souvent de le voir.

Un exemple pour se repérer

Exemple

On lance un dé à 6 faces et une pièce de monnaie. L'ensemble des résultats possibles est :

$$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\} \times \{P,F\}$$

où P = pile et F = face. On a

$$\begin{aligned}\mathrm{Card}(\Omega) &= 6 \times 2 \\ &= 12\end{aligned}$$

résultats possibles. Ce sont les 12 couples $(1,P)$, $(1,F)$, $(2,P)$, $(2,F)$, …, $(6,P)$, $(6,F)$.

Les erreurs à éviter

Attention · Le piège classique du $+1$

Attention à ne **jamais** oublier le $+1$! C'est une erreur extrêmement fréquente. Le nombre d'entiers de a à b **inclus** est $b-a+1$, et non $b-a$.

Moyen mnémotechnique : les entiers de 1 à 10, il y en a clairement 10, et effectivement $10-1+1=10$ (et non $10-1=9$). Ça paraît évident ici, mais l'erreur surgit souvent quand les bornes sont moins « gentilles » (par exemple, combien d'entiers de 37 à 84 ? Réponse : $84-37+1=48$, pas 47).