Droites et plans de l'espace

Terminale spécialité · Chapitre 04

Les repères essentiels

Méthode · Avant et après le système

Identifie l'objet : droite, plan ou point. Vérifie les directions non nulles et les vecteurs non colinéaires lorsque tu définis un plan. Utilise un paramètre distinct pour chaque droite.

Une solution unique donne un point ; un paramètre libre peut décrire une droite ; une équation impossible donne un ensemble vide. Une équation vraie pour toutes les valeurs n'ajoute aucune contrainte.

Pour un projeté, vérifie séparément l'appartenance et la perpendicularité. Pour une intersection, remplace les coordonnées obtenues dans toutes les équations de départ. Essaie ensuite une variante en cachant le corrigé.

À essayer sans corrigé : le plan $\mathcal{P}$ a pour équation $x + 2y - z = 4$. Étudie son intersection avec les droites $(t, 0, t)$ et $(t, 1, 0)$. Vérifie ensuite tes conclusions par substitution. Pour le point $M(0, 0, 1)$, construis un projeté sur la droite $(t, 1, 0)$ et vérifie séparément l'appartenance et l'orthogonalité.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Intersection droite/plan : sécants

$$d : \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = -1 + t \end{cases} \text{ et } \mathcal{P} : x + y + z - 5 = 0.$$

Substitution : $(1 + 2t) + (3 - t) + (-1 + t) - 5 = 0$, soit $2t - 2 = 0$, d'où $t = 1$.

Point d'intersection :

$$\begin{aligned} I &= (1 + 2,\ 3 - 1,\ -1 + 1) \\ &= \mathbf{(3, 2, 0)}. \end{aligned}$$

Vérification : $3 + 2 + 0 - 5 = 0$ ✓.

Les erreurs à éviter

Attention · Ne confonds pas « non sécantes » et « parallèles »

C'est l'erreur la plus fréquente ! Dans le **plan**, « non sécantes » implique « parallèles ». Mais dans l'**espace**, deux droites peuvent ne pas se couper sans être parallèles (cas des droites gauches). Donc à l'examen, quand tu montres que deux droites n'ont pas de point commun, tu ne peux **pas** conclure qu'elles sont parallèles : il faut aussi vérifier si les vecteurs directeurs sont colinéaires.