Composée de fonctions et dérivation

Terminale spécialité · Chapitre 07

Composer dans le bon ordre

$(f \circ g)(x) = f(g(x))$: on applique d'abord g, puis f. Le domaine exige $x \in D_g$ et $g(x) \in D_f$. En général, $f \circ g \neq g \circ f$.

La règle de chaîne

Si g est dérivable en x et f en $g(x)$, alors $(f \circ g)'(x) = f'(g(x))g'(x)$. Repère la fonction intérieure, dérive l'extérieure en conservant l'intérieur, puis multiplie par la dérivée intérieure.

Formules composées

$(u^n)' = nu'u^{n-1}$ pour un entier $n \geq 1$; $(1/u)' = -u'/u^2$ si $u \neq 0$; $(\sqrt{u})' = u'/(2\sqrt{u})$ si $u > 0$; $(e^u)' = u'e^u$; $(\ln u)' = u'/u$ si $u > 0$.

Produits et quotients

$(uv)' = u'v + uv'$. Pour $v \neq 0$, $(u/v)' = (u'v - uv')/v^2$. Pour une dérivée seconde, dérive de nouveau la première dérivée en identifiant sa structure.

Exemple

Pour $h(x) = \ln(3x - 1)$, le domaine est $x > 1/3$. Avec $u(x) = 3x - 1$ et $u'(x) = 3$, $h'(x) = 3/(3x - 1)$. Pour $k(x) = (2x + 1)^5$, $k'(x) = 10(2x + 1)^4$.

Erreurs à éviter

N'oublie pas le facteur intérieur u'. Le domaine de dérivabilité peut être plus petit que le domaine de définition : $\sqrt{x}$ est définie en 0, mais n'y admet pas de dérivée réelle finie. Dériver un produit n'est pas multiplier les dérivées.