Probabilités conditionnelles et formule de Bayes

Terminale spécialité · Chapitre 15

Les repères essentiels

Définition · Conditionner

Si $P(B) > 0$:

$$P_B(A) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}.$$

On calcule « parmi B ». Si $P(B) = 0$, cette définition ne s'applique pas.

Méthode · Un chemin

Si $P(B) > 0$:

$$P(A \cap B) = P(B)P_B(A).$$

Le facteur d'une branche dépend de l'histoire qui y conduit.

Méthode · Tous les chemins

Pour une partition de groupes de probabilités positives :

$$P(A) = \sum_i P(B_i)P_{B_i}(A).$$

On additionne des chemins disjoints ; on vérifie qu'il n'en manque aucun.

Méthode · Inverser

Si $P(A) > 0$ et $P(B) > 0$:

$$P_A(B) = \frac{P(B)P_B(A)}{P(A)}.$$

Le dénominateur contient tous les chemins menant à A.

Définition · Indépendance

$$P(A \cap B) = P(A)P(B).$$

Si $P(B) > 0$, cela équivaut à $P_B(A) = P(A)$. L'indépendance permet un produit de probabilités non conditionnelles.

Méthode · Répéter

Pour n essais indépendants de même probabilité de succès p :

$$P(\text{tous succès}) = p^n,$$
$$P(\text{au moins un succès}) = 1 - (1-p)^n.$$

Écrire le contraire avant de calculer.

Attention · Vérifier avant de poursuivre

Nomme le groupe de référence, annonce les hypothèses d'indépendance, garde les valeurs exactes avant l'arrondi. Une conditionnelle ne prouve pas une cause. Pour vérifier ta compréhension, refais une pause avec sa variante et explique pourquoi chaque dénominateur convient.

Un exemple pour se repérer

Exemple · Test avec tableau de contingence (pour 10 000 personnes)

	Malade	Sain	Total
Test $+$	198	490	688
Test $-$	2	9310	9312
Total	200	9800	$10\,000$

$$P_+(M) = \frac{198}{688} \approx 28{,}8\%.$$

On retrouve le même résultat, mais de façon plus concrète.